

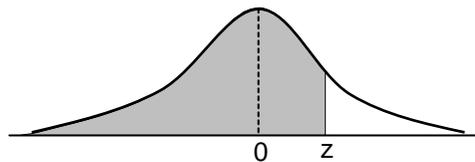


# MODELO MAT 2018

## INSTRUCCIONES ESPECÍFICAS

1. A continuación encontrará una serie de símbolos, los que puede consultar durante el desarrollo de los ejercicios.
2. Las figuras que aparecen en la prueba son solo indicativas.
3. Los gráficos que se presentan en esta prueba están dibujados en un sistema de ejes perpendiculares.
4. Se entenderá por dado común, a aquel que posee 6 caras, donde al lanzarlo las caras son equiprobables de salir.
5. En esta prueba, las dos opciones de una moneda son equiprobables de salir, a menos que se indique lo contrario.
6.  $(f \circ g)(x) = f(g(x))$
7. En esta prueba, se considerará que  $\vec{v}(a, b)$  es un vector que tiene su punto de inicio en el origen del plano cartesiano y su extremo en el punto  $(a, b)$ , a menos que se indique lo contrario.
8. Los números complejos  $i$  y  $-i$  son las soluciones de la ecuación  $x^2 + 1 = 0$ .
9. Si  $z$  es un número complejo, entonces  $\bar{z}$  es su conjugado y  $|z|$  es su módulo.
10. Si  $Z$  es una variable aleatoria continua, tal que  $Z \sim N(0, 1)$  y donde la parte sombreada de la figura representa a  $P(Z \leq z)$ , entonces se verifica que:

$z$	$P(Z \leq z)$
0,67	0,749
0,99	0,839
1,00	0,841
1,15	0,875
1,28	0,900
1,64	0,950
1,96	0,975
2,00	0,977
2,17	0,985
2,32	0,990
2,58	0,995



Registro de Propiedad Intelectual N° 279554 – 2017.  
Universidad de Chile.

Derechos reservados ©. Prohibida su reproducción total o parcial.

## MODELO MAT 2018

### INSTRUCCIONES PARA LAS PREGUNTAS DE SUFICIENCIA DE DATOS

En las preguntas de Suficiencia de Datos no se pide la solución al problema, sino que se decida si con los datos proporcionados tanto en el enunciado como en las afirmaciones (1) y (2) se puede llegar a la solución del problema.

Es así, que se deberá marcar la opción:

- A) **(1) por sí sola**, si la afirmación (1) por sí sola es suficiente para resolver el problema, pero la afirmación (2) por sí sola no lo es,
- B) **(2) por sí sola**, si la afirmación (2) por sí sola es suficiente para resolver el problema, pero la afirmación (1) por sí sola no lo es,
- C) **Ambas juntas, (1) y (2)**, si ambas afirmaciones (1) y (2) juntas son suficientes para resolver el problema, pero ninguna de las afirmaciones por sí sola es suficiente,
- D) **Cada una por sí sola, (1) ó (2)**, si cada una por sí sola es suficiente para resolver el problema,
- E) **Se requiere información adicional**, si ambas afirmaciones juntas son insuficientes para resolver el problema y se requiere información adicional para llegar a la solución.

### SÍMBOLOS MATEMÁTICOS

$<$	es menor que	$\cong$	es congruente con
$>$	es mayor que	$\sim$	es semejante con
$\leq$	es menor o igual a	$\perp$	es perpendicular a
$\geq$	es mayor o igual a	$\neq$	es distinto de
$\perp$	ángulo recto	//	es paralelo a
$\sphericalangle$	ángulo	$\in$	pertenece a
log	logaritmo en base 10	$\overline{AB}$	trazo AB
$\phi$	conjunto vacío	$ x $	valor absoluto de x
ln	logaritmo en base e	x!	factorial de x
$\cup$	unión de conjuntos	$\cap$	intersección de conjuntos
$A^c$	complemento del conjunto A	$\vec{u}$	vector u

MODELO MAT 2018

1.  $(0,1:0,01) + 0,001 =$

- A) 0,101
- B) 9,09
- C) 0,002
- D) 10,001
- E) 0,01

2.  $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} =$

- A) 31
- B)  $\left(\frac{5}{6}\right)^{-5}$
- C)  $\frac{13}{36}$
- D)  $-\frac{13}{36}$
- E)  $-\frac{31}{108}$

## MODELO MAT 2018

3. Si  $M = 1,4 + 4,05$ ;  $P = 5,\overline{6} - 0,2\overline{1}$  y  $Q = 3,\overline{21} + 2,\overline{24}$ , ¿cuál de las siguientes relaciones es verdadera?

- A)  $P > Q > M$
- B)  $M = Q > P$
- C)  $Q > P > M$
- D)  $P > M > Q$
- E)  $Q > M > P$

4. ¿Cuál de los siguientes es un número racional que **NO** es un número entero?

- A)  $1,\overline{9}$
- B)  $\frac{-1}{(0,2)^3}$
- C)  $\frac{0,4\overline{6}}{0,2\overline{3}}$
- D)  $\frac{0,2\overline{4}}{0,0\overline{8}}$
- E)  $\frac{2}{(0,4)^5}$

## MODELO MAT 2018

5. Un técnico cobró, en total, \$ 48.000 por la reparación de un computador. Si en repuestos gastó \$ 24.000 y cobra \$ 7.500 por hora de trabajo, ¿cuánto tiempo demoró en realizar la reparación de ese computador?
- A) 6 horas y 40 minutos
  - B) 3 horas y 12 minutos
  - C) 6 horas y 24 minutos
  - D) 3 horas y 20 minutos
  - E) 9 horas y 36 minutos
6. ¿Cuál de los siguientes números está más cerca del número 25:10 en la recta numérica?
- A) 15:5
  - B)  $4\frac{1}{2}$
  - C)  $2\frac{1}{4}$
  - D) 17:7
  - E) 19:9

MODELO MAT 2018

7. Sea  $p$  un número racional tal que  $0 < p < 1$  y  $n$  un número entero mayor que cero. De las siguientes opciones, ¿cuál representa el mayor número?

- A)  $p^n$
- B)  $n \cdot p^n$
- C)  $p^{n+1}$
- D)  $p^{2n}$
- E)  $(p + 1)^n$

8. Se puede determinar que la expresión  $\frac{a - b}{c}$ , con  $a$ ,  $b$  y  $c$  números enteros y  $c \neq 0$ , representa un número entero positivo, si:

- (1)  $(a - b)$  es múltiplo de  $c$ .
- (2)  $a = ck$  y  $b = cp$ , con  $p$  y  $k$  números enteros positivos.

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

9.  $\sqrt{(-4)^{-2}} =$

A)  $\sqrt{8}$

B)  $-\frac{1}{4}$

C)  $\frac{1}{4}$

D)  $-4$

E)  $4$

10. Si  $P = 3 + \sqrt{5}$ ,  $Q = \sqrt{14}$  y  $R = \sqrt{30} - 4$ , entonces

A)  $R < Q < P$

B)  $P < Q < R$

C)  $P < R < Q$

D)  $R < P < Q$

E)  $Q < R < P$

MODELO MAT 2018

11. Si  $\log \sqrt{m} = p$  y  $\log b^5 = q$ , ¿cuál de las siguientes expresiones es **siempre** igual a  $\log \sqrt{mb}$ ?

A)  $p + \frac{q}{10}$

B)  $p + \frac{q}{5}$

C)  $p + \frac{\sqrt[5]{q}}{2}$

D)  $\frac{pq}{5}$

E)  $\frac{pq}{10}$

12. Si  $H = \sqrt{x + \sqrt{2x - 1}} + \sqrt{x - \sqrt{2x - 1}}$ , con  $x \geq 1$ , ¿cuál de las siguientes expresiones es igual a  $H^2$ ?

A)  $2x$

B)  $4x - 2$

C)  $3x - 1$

D)  $2x + 2\sqrt{x^2 - 2x - 1}$

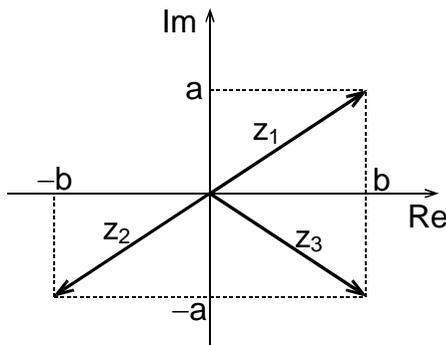
E)  $2x + \sqrt{x^2 - 2x - 1}$

MODELO MAT 2018

13. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) La medida de la diagonal de un cuadrado de lado  $p$  unidades es siempre un número irracional.
- B) El perímetro de una circunferencia es siempre un número irracional.
- C) Si la medida de la altura de un triángulo equilátero es un número racional, entonces la medida de sus lados son números racionales.
- D) Si el perímetro de un triángulo es un número racional, entonces la medida de sus lados son números racionales.
- E) Ninguna de las anteriores.

14. Con respecto a los números complejos  $z_1$ ,  $z_2$  y  $z_3$  representados en el plano complejo de la figura adjunta, ¿cuál(es) de las siguientes relaciones es (son) verdadera(s)?



- I)  $z_1 = -z_2$
- II)  $z_3 = \overline{z_1}$
- III)  $z_2 = \overline{z_3}$

- A) Solo II
- B) Solo III
- C) Solo I y II
- D) Solo I y III
- E) Ninguna de ellas.

MODELO MAT 2018

15. Si  $z = a + bi$  es un número complejo, con  $a$  y  $b$  números reales distintos de cero, entonces la expresión  $z^2 + z \cdot \bar{z} - (\bar{z})^2$  es

- A)  $3a^2 - b^2$
- B)  $a^2 + b^2 + 4abi$
- C)  $a^2 - b^2 - 4abi$
- D)  $a^2 - b^2$
- E)  $a^2 + b^2$

16. Sean  $a$  y  $b$  números enteros distintos de cero y  $n$  un número entero positivo. La ecuación  $ax^2 - b^n = 0$ , en  $x$ , tiene como solución **siempre** números complejos de la forma  $p + qi$ , con  $p$  y  $q$  números reales y  $q \neq 0$ , si

- A)  $a < 0$  y  $n$  es un número impar.
- B)  $a > 0$  y  $n$  es un número impar.
- C)  $a < 0$  y  $n$  es un número par.
- D)  $b < 0$  y  $n$  es un número impar.
- E)  $b < 0$  y  $n$  es un número par.

MODELO MAT 2018

17. Sean  $k$  y  $r$  números enteros e  $i^2 = -1$ . La expresión  $(i^{2k} + i^{6k})^r$  representa un número real positivo, si se sabe que:

(1)  $k$  es un número par.

(2)  $r$  es un número par.

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

18. Si  $\frac{(p - b)}{5} = \frac{3(p + b)}{20}$ , entonces  $p$  es **siempre** igual a

- A)  $7b$
- B)  $-\frac{b}{7}$
- C)  $2b$
- D)  $0$
- E)  $\frac{2b}{5}$

MODELO MAT 2018

19. Si  $a + b = 8$  y  $ab = 10$ , entonces el valor de  $(a^2 + 6ab + b^2)$  es

- A) 76
- B) 104
- C) 48
- D) 124
- E) indeterminable con los datos dados.

20. En los números reales, ¿cuál es el conjunto de todos los números  $x$ , para los cuales la expresión  $\frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 + 4}$  se indetermina?

- A)  $\phi$
- B)  $\{-4\}$
- C)  $\{-2, 2\}$
- D)  $\{-4, -1\}$
- E)  $\{-2\}$

MODELO MAT 2018

21. El precio de un artículo es \$ M, el cual es cancelado con 16 monedas de dos tipos, x de un tipo e y del otro tipo, cuyos valores son de \$ p y \$ q, respectivamente. ¿Cuál de los siguientes sistemas, al resolverlo, da como solución **siempre** la cantidad de monedas de cada valor utilizadas para cancelar el artículo?

A) 
$$\begin{cases} (p + q) \cdot (x + y) = M \\ x + y = 16 \end{cases}$$

B) 
$$\begin{cases} px + qy = M \\ (p + q) \cdot (x + y) = 16 \end{cases}$$

C) 
$$\begin{cases} xp + yq = M \\ x + y = 16 \end{cases}$$

D) 
$$\begin{cases} x + y = M \\ xp + yq = 16 \end{cases}$$

E) 
$$\begin{cases} p + q = M(x + y) \\ xp + yq = 16 \end{cases}$$

22. Jorge retira del banco \$ 6.540.000 en billetes de \$ 5.000 y de \$ 20.000. Si le entregaron en total 450 billetes, ¿cuántos billetes de \$ 20.000 recibió?

- A) 170
- B) 164
- C) 280
- D) 225
- E) 286

MODELO MAT 2018

23. En un terreno rectangular de largo  $4x$  metros y ancho  $(2x + 2)$  metros se construye una piscina rectangular de  $(3x + 2)$  metros de largo y  $(2x - 2)$  metros de ancho y se embaldosa el resto del terreno. Si  $x > 2$  y el área de la región embaldosada es 136 metros cuadrados, ¿cuál de las siguientes ecuaciones permite determinar el valor de  $x$ ?

- A)  $(8x^2 + 8x) - (6x^2 - 4) = 136$
- B)  $(8x^2 + 2) - (6x^2 - 4) = 136$
- C)  $(8x^2 + 8x) - (6x^2 - 2x - 4) = 136$
- D)  $(8x^2 + 2) - (6x^2 + 10x - 4) = 136$
- E)  $(8x^2 + 8x) - (6x^2 - 10x - 4) = 136$

24. Si la ecuación  $(p - 1)x^2 + 2(p - 3)x + p - 3 = 0$ , en  $x$ , con  $p$  un número real distinto de 1, tiene dos soluciones reales distintas, entonces

- A)  $p > 1$
- B)  $p = 3$
- C)  $p < 3$
- D)  $p > 3$
- E)  $p < 1$

MODELO MAT 2018

25. Si a los números mayores que 1 y menores que 3 se les resta  $-p$  y luego se divide por el número entero negativo  $b$ , entonces los números que se obtienen son **siempre** mayores que

- A) 1
- B)  $\frac{3+p}{b}$
- C)  $\frac{3-p}{b}$
- D)  $\frac{1-p}{b}$
- E)  $\frac{1+p}{b}$

26. Si  $a^2 > b$  y  $b > 0$ , con  $a$  y  $b$  números reales y  $a \neq b$ , ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **siempre** verdadera(s)?

- I)  $a < b$
- II)  $a \neq 0$
- III)  $\sqrt{b} < a$

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

## MODELO MAT 2018

27. En la ecuación  $(ax - bx)(a - b) = a^2 - b^2$ , con  $a$  y  $b$  números reales tal que  $a \neq b$ , se puede determinar el valor numérico de  $x$ , si se sabe que:

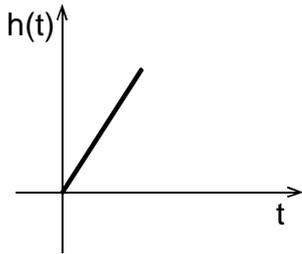
- (1)  $a = 2b$
- (2) El 20% de  $(a + b)$  es 2.

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

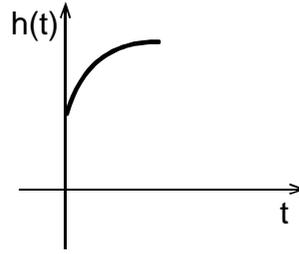
MODELO MAT 2018

28. Una bomba comienza a llenar con agua un estanque cilíndrico de base horizontal y plana, a caudal constante. Si inicialmente el estanque contenía  $2 \text{ m}^3$  de agua, ¿cuál de los siguientes gráficos representa mejor la altura  $h(t)$ , en m, que alcanza el nivel de agua en el estanque, después de  $t$  segundos desde que se comenzó a llenar?

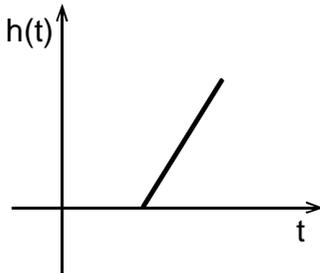
A)



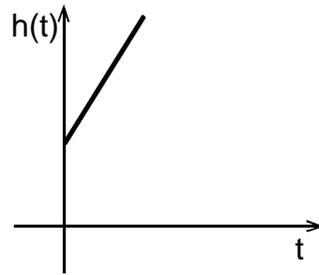
B)



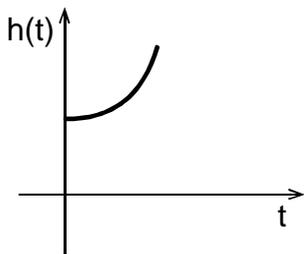
C)



D)



E)



MODELO MAT 2018

29. Sean las funciones  $f$ ,  $g$  y  $h$ , todas con dominio el conjunto de los números reales, definidas por  $f(x) = \frac{3}{4}x$ ,  $x - 2g(x) + 2 = 0$ ,  $5x + 6h(x) - 30 = 0$ . ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A)  $h(x)$  es inversamente proporcional a  $x$ .
- B)  $g(x)$  es directamente proporcional a  $x$ .
- C) Las rectas que representan a las gráficas de las funciones  $f$  y  $g$  tienen la misma pendiente.
- D)  $g(2x) = 2g(x)$
- E)  $g(0) = \frac{1}{5}h(0)$

30. Si  $f$  y  $g$  son funciones, ambas con dominio el conjunto de los números reales, definidas por  $f(x) = x - 3$  y  $g(x + 2) = 3x + 10$ , ¿cuál de las siguientes expresiones es igual a  $(g \circ f)(x)$ ?

- A)  $3x + 7$
- B)  $3x - 5$
- C)  $3x + 5$
- D)  $3x - 1$
- E)  $3x + 6$

MODELO MAT 2018

31. Sea la función  $f$  definida por  $f(x) = \sqrt{3x + k}$ , cuyo dominio es el intervalo  $\left[\frac{-k}{3}, \infty\right)$ . Si la pre-imagen de 5 es 3, ¿cuál es el valor de  $k$ ?

- A) -14
- B) -6
- C) 10
- D) 4
- E) 16

32. La parábola que representa a la gráfica de una función cuadrática, cuyo dominio es el conjunto de los números reales, intersecta al eje de las ordenadas en el punto  $A(0, 2)$  y tiene su vértice en el punto  $B(2, -2)$ . ¿Cuál de las siguientes funciones, con dominio el conjunto de los números reales, está asociada a esta parábola?

- A)  $g(x) = x^2 - 4x + 2$
- B)  $h(x) = x^2 + 4x + 2$
- C)  $p(x) = \frac{x^2}{2} - 2x + 2$
- D)  $m(x) = x^2 + 4x + 3$
- E) No se puede determinar.

## MODELO MAT 2018

33. Sean las funciones  $f$  y  $g$ , ambas con dominio el conjunto de los números reales, definidas por  $f(x) = x^2 + 3$  y  $g(x) = (x - 3)^2$ . ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) Las gráficas de  $f$  y  $g$  se intersectan en el punto  $(1, 4)$ .
- II) Si  $x = 5$ , entonces  $f(x) - g(x) = 24$ .
- III) Las pre-imágenes del 7 según la función  $f$  son  $-2$  y  $2$ .

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo I y II
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

34. Sea  $f$  una función, con dominio el conjunto de los números reales, definida por  $f(x) = mx^n$ , con  $m$  un número real distinto de cero y  $n$  un número entero positivo, tal que  $0 < n \leq 3$ . ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) Para cualquier  $m$  y  $n$ , las gráficas de las funciones tienen un eje de simetría.
- B) Si  $f(a) = f(b)$ , entonces  $a = b$ , para todo  $n$  y  $m$ .
- C) La función  $f$  no puede ser decreciente.
- D) Si para  $n = 1$  se tiene que  $f$  se denota por  $g$ , para  $n = 2$  se tiene que  $f$  se denota por  $h$  y para  $n = 3$  se tiene que  $f$  se denota por  $t$ , entonces hay al menos un punto donde se intersectan las gráficas de  $g$ ,  $h$  y  $t$ .
- E) Para  $m < 0$  y para  $n$  un número par, el recorrido de  $f$  es el conjunto de los números reales positivos.

## MODELO MAT 2018

35. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) La función  $f$  definida por  $f(x) = x^2$ , cuyo dominio es el conjunto de los números reales, es biyectiva.
- II) Si las funciones  $f$  y  $g$  son inyectivas, ambas con dominio el conjunto de los números reales, entonces  $f \circ g$  es inyectiva.
- III) Si  $h: S \rightarrow S$  es una función sobreyectiva, entonces  $h$  es inyectiva.

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y III
- E) Solo II y III

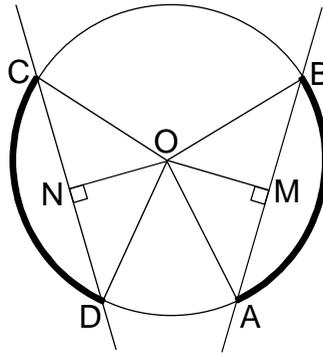
36. Se lanza un objeto hacia arriba y su altura, en metros, se modela mediante la función  $f(t) = -t^2 + bt + c$ , donde  $t$  es el tiempo transcurrido desde que es lanzado, en segundos, y  $f(t)$  su altura. Se puede determinar la altura máxima alcanzada por el objeto, si se sabe que:

- (1) El objeto es lanzado desde 10 metros de altura con respecto al suelo.
- (2) Toca el suelo por primera vez a los 10 segundos.

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

MODELO MAT 2018

37. En la circunferencia de centro  $O$  de la figura adjunta, los puntos  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$  pertenecen a ella,  $\overline{AB} \cong \overline{CD}$  y los puntos  $M$  y  $N$  pertenecen a los segmentos  $AB$  y  $CD$ , respectivamente. ¿Cuál de las siguientes relaciones puede ser **FALSA**?



- A)  $\overline{OC} \cong \overline{OB}$   
 B)  $\overline{CN} \cong \overline{ND}$   
 C) arco  $CD \cong$  arco  $AB$   
 D)  $\overline{ON} \cong \overline{OM}$   
 E)  $\overline{BM} \cong \overline{OM}$
38. Considere los vectores  $\vec{p}(6, -4)$ ,  $\vec{q}(2, 9)$ ,  $\vec{r}(5, -2)$  y  $\vec{s}(3, 7)$ . ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) El vector  $(\vec{q} - \vec{r})$  se encuentra en el segundo cuadrante.  
 II) El vector  $(\vec{s} - 2\vec{p})$  se encuentra en el tercer cuadrante.  
 III)  $\vec{p} + \vec{q} = \vec{r} + \vec{s}$

- A) Solo I  
 B) Solo I y II  
 C) Solo I y III  
 D) Solo II y III  
 E) I, II y III

## MODELO MAT 2018

39. Si al triángulo de vértices  $M(1, 2)$ ,  $N(2, 5)$  y  $P(3, 3)$  se le aplica una rotación con centro en el origen del sistema de ejes coordenados, se obtiene un triángulo de tal forma que el vértice homólogo a  $M$  es  $M'(-2, 1)$ . ¿Cuáles de los siguientes puntos corresponden a los otros dos vértices del triángulo homólogo?
- A)  $(-1, 4)$  y  $(0, 2)$
  - B)  $(5, -2)$  y  $(3, -3)$
  - C)  $(-1, -2)$  y  $(-3, -1)$
  - D)  $(-5, 2)$  y  $(-3, 3)$
  - E)  $(-2, -5)$  y  $(-3, -3)$
40. Considere los puntos  $P(x, y)$ ,  $Q(-x, -y)$  y  $O(0, 0)$ , con  $x$  e  $y$  números enteros. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **siempre** verdadera(s)?
- I) La distancia entre  $P$  y  $Q$  es 0.
  - II) La distancia entre  $P$  y  $O$  es la misma que la distancia entre  $Q$  y  $O$ .
  - III) Los puntos  $P$ ,  $Q$  y  $O$  son colineales.
- A) Solo I
  - B) Solo II
  - C) Solo III
  - D) Solo I y III
  - E) Solo II y III

## MODELO MAT 2018

41. Considere el triángulo ABC, donde dos de sus vértices son A(-1, 2) y B(-3, 6). Si a este triángulo se le aplica una traslación de modo que la imagen del punto A pertenece al eje de las ordenadas y está a la misma distancia del origen que se encuentra A, ¿cuál de las siguientes coordenadas podrían corresponder a la imagen del punto B?

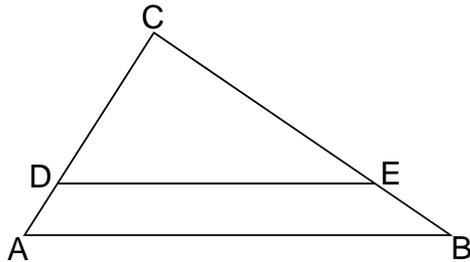
- A)  $(1, \sqrt{5} - 2)$
- B)  $(-2, 4 + \sqrt{5})$
- C)  $(\sqrt{5} - 2, 4)$
- D)  $(\sqrt{5} + 1, -2)$
- E)  $(-2 - \sqrt{5}, 4)$

42. Un terreno cuadrado de área  $160.000 \text{ m}^2$  está representado en un mapa mediante un cuadrado de área  $1 \text{ cm}^2$ , ¿cuál es la escala de este mapa?

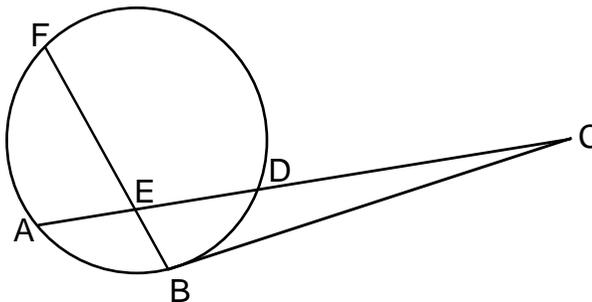
- A) 1 : 4.000
- B) 1 : 160.000
- C) 1 : 400
- D) 1 : 40.000
- E) 1 : 16.000.000

MODELO MAT 2018

43. En el triángulo ABC de la figura adjunta, D pertenece a  $\overline{AC}$ , E pertenece a  $\overline{BC}$  y  $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$ . Si  $AB = 24$  cm,  $BC = 16$  cm,  $CE = 12$  cm y  $CD = 9$  cm, entonces el perímetro del trapecio ABED es



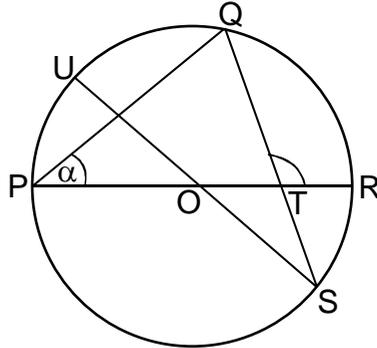
- A) 50 cm  
 B) 47 cm  
 C) 49 cm  
 D) 45 cm  
 E) 103 cm
44. En la circunferencia de la figura adjunta los puntos A, B, D y F pertenecen a ella,  $\overline{AC}$  y  $\overline{BF}$  se intersectan en E, el punto D está en  $\overline{AC}$  y  $\overline{CB}$  es tangente a la circunferencia en B. Si  $EF = 5$  cm,  $ED = 3$  cm,  $AE = 2$  cm y  $CB = 6$  cm, entonces  $(DC + EB)$  es igual a



- A)  $\frac{22}{3}$  cm  
 B)  $(4 + \sqrt{13})$  cm  
 C)  $\frac{26}{5}$  cm  
 D) 9 cm  
 E)  $\frac{23}{2}$  cm

MODELO MAT 2018

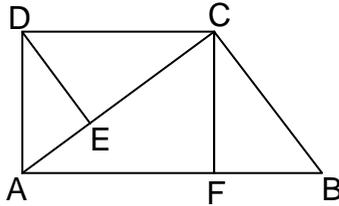
45. En la figura adjunta  $\overline{PR}$  y  $\overline{SU}$  son diámetros de la circunferencia que se intersectan en  $O$ , el punto  $Q$  pertenece a ella y los segmentos  $QS$  y  $PR$  se intersectan en  $T$ . Si  $\sphericalangle QTR = 114^\circ$  y  $\sphericalangle QOU = 84^\circ$ , entonces la medida de  $\alpha$  es



- A)  $36^\circ$
- B)  $42^\circ$
- C)  $66^\circ$
- D)  $72^\circ$
- E)  $57^\circ$

MODELO MAT 2018

46. En la figura adjunta, ABCD es un trapecio rectángulo en A y en D, con  $\sphericalangle DEA = \sphericalangle ACB = \sphericalangle CFB = 90^\circ$ , E pertenece al segmento AC y F pertenece al segmento AB. ¿Cuál(es) de las siguientes igualdades es (son) verdadera(s)?



- I)  $AD \cdot CF = DE \cdot CB$   
 II)  $DE \cdot CF = EC \cdot FB$   
 III)  $AD^2 + AF^2 = AF \cdot AB$
- A) Solo I  
 B) Solo II  
 C) Solo III  
 D) Solo I y II  
 E) I, II y III

## MODELO MAT 2018

47. Sean R y Q rotaciones con centro en el origen del sistema de ejes coordenados y ángulos de rotación de  $270^\circ$  en sentido antihorario y  $90^\circ$  en sentido antihorario, respectivamente. Se puede determinar las coordenadas de un punto A, si se sabe que:

- (1) Al aplicar la rotación R al punto A, se obtiene el punto (2, 3).
- (2) Al aplicar una traslación según el vector (1, -5) al punto A y al punto resultante la rotación Q, se obtiene el punto (3, -2).

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

48. Si al triángulo ABC de vértices A(0, 2), B(2, 1) y C(1, 1) se le aplica una homotecia de centro (4, 4) y razón de homotecia -2, ¿cuál es la imagen de A?

- A) (-8, -6)
- B) (12, 8)
- C) (8, 10)
- D) (-8, -4)
- E) (-4, 0)

MODELO MAT 2018

49. ¿Cuál es el radio de la circunferencia que tiene como centro el punto  $(-1, 1)$  y el punto  $(-5, -2)$  pertenece a ella?

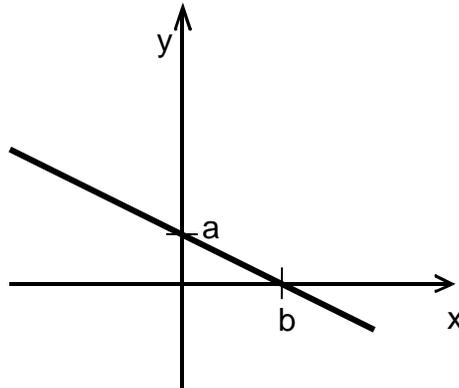
- A)  $3\sqrt{5}$  unidades
- B) 5 unidades
- C) 7 unidades
- D)  $\sqrt{37}$  unidades
- E)  $\sqrt{17}$  unidades

50. Sean  $A(p, q)$  y  $B(s, t)$  dos puntos en el plano cartesiano, con  $p, q, s$  y  $t$  números reales y  $s \neq p$ . Si  $L$  es la recta que pasa por ambos puntos y  $m$  su pendiente, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **siempre** verdadera?

- A)  $m = \frac{s-p}{t-q}$
- B) El punto  $(p + s, t + q)$  pertenece a  $L$ .
- C)  $L$  interseca al eje de las ordenadas en el punto  $(0, -mq + p)$ .
- D)  $L$  interseca al eje de las abscisas.
- E) Una ecuación de  $L$  está dada por  $mx - y + t - ms = 0$ .

MODELO MAT 2018

51. En el gráfico de la figura adjunta está representada la recta de ecuación  $Px + Qy = R$ , con  $a$  y  $b$  números reales positivos. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones se puede deducir a partir de esta información?



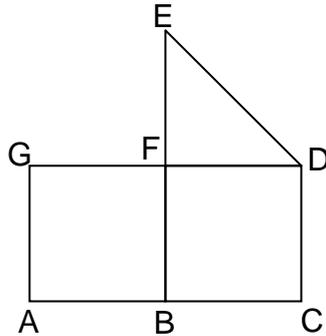
- A)  $P < 0$   
 B)  $R > 0$   
 C)  $P < Q$   
 D)  $PR > 0$   
 E)  $PQ < 0$
52. Sean  $L_1: px + 2y = 1$  y  $L_2: 2x + py = -2$  dos rectas del plano cartesiano, con  $p$  un número real distinto de cero. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **siempre** verdadera(s)?

- I) Si  $p \geq 2$ , entonces  $L_1$  y  $L_2$  se intersectan en un único punto.  
 II) Si  $p = -2$ , entonces  $L_1$  y  $L_2$  se intersectan en infinitos puntos.  
 III) Si  $p \in ]-2, 0[ \cup ]0, 2[$ , entonces  $L_1$  y  $L_2$  son paralelas.

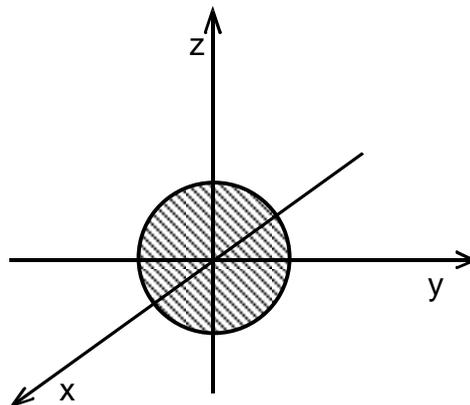
- A) Solo I  
 B) Solo III  
 C) Solo I y III  
 D) I, II y III  
 E) Ninguna de ellas.

MODELO MAT 2018

53. En la figura adjunta,  $ABFG$  y  $BCDF$  son cuadrados congruentes, con  $F$  el punto medio de  $\overline{BE}$ . Si el polígono  $ACDEFG$  se hace girar indefinidamente en torno a  $\overline{BE}$ , entonces se obtiene un cuerpo formado por



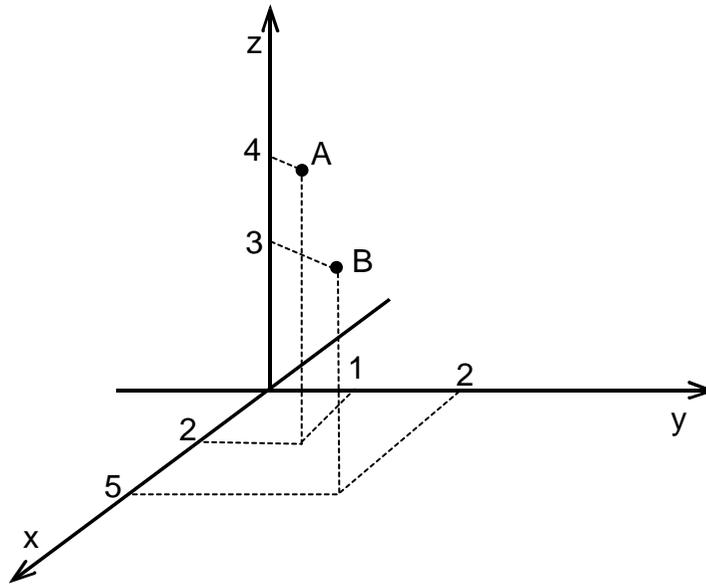
- A) dos cubos y un prisma triangular.  
 B) un cilindro y un cono.  
 C) un tronco de cono.  
 D) dos cilindros y un cono.  
 E) un cilindro y una pirámide.
54. El círculo de centro  $(0, 0, 0)$  y radio  $6\text{ cm}$  de la figura adjunta está totalmente contenido en el plano  $yz$ . Si este círculo se desplaza según el vector  $(10, 0, 0)$ , entonces el volumen del cuerpo generado por el barrido de este círculo es



- A)  $120\pi\text{ cm}^3$   
 B)  $60\pi\text{ cm}^3$   
 C)  $360\pi\text{ cm}^3$   
 D)  $216\pi\text{ cm}^3$   
 E)  $288\pi\text{ cm}^3$

MODELO MAT 2018

55. Considere los puntos A y B de la figura adjunta. Si el punto  $(-4, y_0, z_0)$  pertenece a la recta que pasa por los puntos A y B, ¿cuáles son los valores de  $y_0$  y  $z_0$ ?



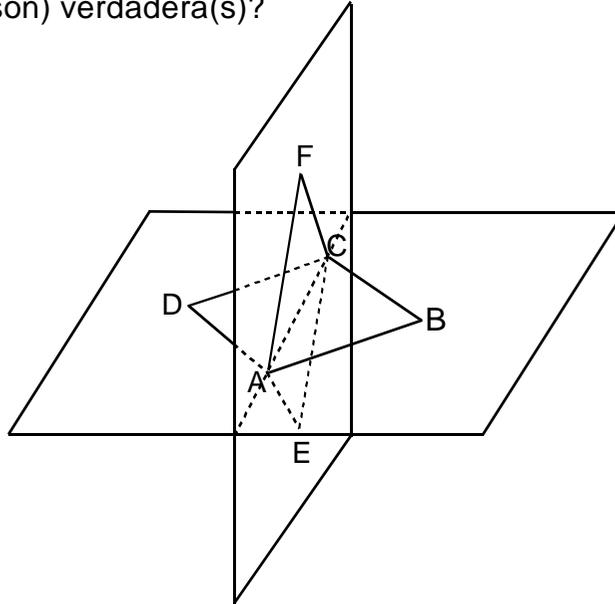
- A)  $y_0 = -1, z_0 = 6$   
 B)  $y_0 = -\frac{1}{2}, z_0 = -2$   
 C)  $y_0 = -\frac{7}{5}, z_0 = \frac{2}{5}$   
 D)  $y_0 = -\frac{1}{5}, z_0 = -\frac{9}{5}$   
 E)  $y_0 = -\frac{5}{2}, z_0 = -15$

MODELO MAT 2018

56. Sea  $L$  la recta del espacio que contiene a los puntos  $P(-1, 1, 2)$  y  $Q(0, -1, 1)$ , y sea  $R(-b^2, b, b^2 + 1)$  un punto en el espacio. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) Existe un único valor de  $b$  para el cual  $R$  pertenece a  $L$ .
- B)  $R$  no pertenece a  $L$ , cualquiera sea el valor de  $b$ .
- C) Existen exactamente dos valores de  $b$  para los cuales  $R$  pertenece a  $L$ .
- D) Cualquiera sea el valor de  $b$ ,  $R$  pertenece a  $L$ .
- E) Existen al menos dos valores positivos de  $b$  para los cuales  $R$  pertenece a  $L$ .

57. En la figura adjunta,  $ABCD$  y  $AECF$  son dos cuadrados ubicados en planos perpendiculares entre sí, con  $\overline{AC}$  diagonal común. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?



- I) El triángulo  $BCF$  es rectángulo.
- II) Los puntos  $A, B, C, D, E$  y  $F$  son los vértices de un octaedro regular.
- III)  $\overline{BD}$  y  $\overline{EF}$  son las dos diagonales de un mismo cuadrado.

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

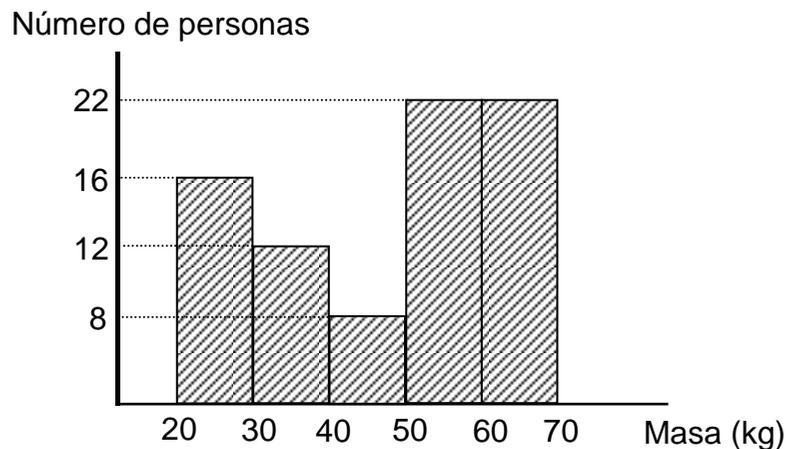
## MODELO MAT 2018

58. Sea un triángulo  $ABC$  al cual se le aplica una homotecia obteniéndose el triángulo  $A'B'C'$ , donde  $A'$  es la imagen de  $A$ ,  $B'$  es la imagen de  $B$  y  $C'$  es la imagen de  $C$ . Se puede determinar las coordenadas del centro de homotecia, si se sabe que:

- (1) El punto  $A$  tiene coordenadas  $(0, 0)$  y la razón de homotecia es 3.
- (2) La distancia entre  $A$  y  $A'$  es cero.

- A) (1) por sí sola  
B) (2) por sí sola  
C) Ambas juntas, (1) y (2)  
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)  
E) Se requiere información adicional

59. En el histograma de la figura adjunta se muestra la distribución de las masas corporales, en kg, de un grupo de personas, donde los intervalos del histograma son de la forma  $]a, b]$ . Según este gráfico, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?



- A) 36 personas tienen una masa corporal menor o igual que 50 kg.  
B) El rango de las masas corporales es menor o igual que 50 kg.  
C) En total hay 58 personas en el grupo.  
D) Más de la mitad de las personas tienen una masa corporal de a lo menos 50 kg.  
E) Un 20% de las personas tienen una masa corporal menor o igual que 30 kg.

MODELO MAT 2018

60. En la tabla adjunta se agrupan los resultados de haber consultado a un grupo de personas respecto a la cantidad de primos que tiene. Según los datos de la tabla, ¿cuál de las siguientes afirmaciones **NO** se puede deducir?

Nº Primos	Marca de clase ( $x_i$ )	Frecuencia ( $f_i$ )	$x_i \cdot f_i$
[0, 3[	1,5	5	7,5
[3, 6[	4,5	12	54
[6, 9[	7,5	16	120
[9, 12[	10,5	13	136,5
[12, 15[	13,5	9	121,5
[15, 18[	16,5	8	132
[18, 21[	19,5	5	97,5
[21, 24]	22,5	2	45
			Total: 714

- A) El intervalo modal es [6, 9[.
- B) La media de la variable es 10,2 primos.
- C) El intervalo donde se encuentra la mediana de la variable es [9, 12[.
- D) Por lo menos un 40% de los consultados tiene más de 2 primos y menos de 9 primos.
- E) Un 10% de los consultados tiene más de 18 primos.
61. De un conjunto de  $n$  elementos distintos, con  $n > 2$ , se extraen todas las muestras posibles, sin orden y sin reposición, de tamaño 2. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa **siempre** el número total de estas muestras?

- A)  $n(n - 1)$
- B)  $2^n$
- C)  $n^2$
- D)  $\frac{n!}{2!}$
- E)  $\binom{n}{2}$

## MODELO MAT 2018

62. En un grupo de datos la mediana es  $m$  y la media es  $\bar{x}$ . ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **siempre** verdadera?

- A) El percentil 75 es mayor que  $\bar{x}$ .
- B) El percentil 25 es  $\frac{m}{2}$ .
- C) El percentil 15 es menor o igual a  $m$ .
- D) La mitad de los datos es menor o igual a  $\bar{x}$ .
- E) El dato más repetido es  $m$ .

63. Dada una población compuesta por  $n$  números enteros, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) Si de esta población se pueden extraer en total 6 muestras de tamaño 2, sin reemplazo y sin orden, entonces  $n = 4$ .
- II) Desde la población se extraen todas las muestras posibles, sin orden y sin reposición, de tamaño 3, y a cada una de ellas se les calcula su promedio. Si el promedio de todos estos promedios es  $S$ , entonces el promedio de los  $n$  datos de la población es  $S$ .
- III) Desde la población se extraen todas las muestras posibles, con reemplazo, de tamaño 4 y a cada una de ellas se calcula su promedio siendo el promedio de todos estos promedios igual a  $P$ . Ahora, desde la población se extraen todas las muestras posibles, sin reemplazo, de tamaño 6 y a cada una de ellas se calcula su promedio, siendo el promedio de todos estos promedios igual a  $T$ . Luego  $P = T$ .

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo I y II
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

MODELO MAT 2018

64. En la tabla adjunta se muestra la distribución del tiempo de duración de cierta cantidad de ampollitas. ¿Cuál de las siguientes relaciones es **FALSA**?

Tiempo de duración en miles de horas	Frecuencia	Frecuencia acumulada	Frecuencia acumulada porcentual
$[1; 1,15[$	A	D	25%
$[1,15; 1,3[$	B	E	87%
$[1,3; 1,45]$	C	F	100%

- A)  $F > D + E$   
 B)  $F > C$   
 C)  $B > C$   
 D)  $A > C$   
 E)  $E = B + D$
65. Si el promedio y la varianza de una población compuesta por los números 2, 3, a y b son 4 y 2,5 respectivamente, entonces el valor de  $(a^2 + b^2)$  es

- A) 225  
 B) 61  
 C) 76  
 D) 121  
 E) ninguno de los anteriores.

## MODELO MAT 2018

66. Un nutricionista que decide someter a una dieta a 10 de sus pacientes, escoge a 5 mujeres y a 5 hombres de condiciones físicas similares. Después de un mes de estar sometidos a la dieta, a cada uno de los pacientes se le realiza mediciones para determinar la variación del índice de masa corporal (IMC) durante este tiempo y los resultados obtenidos se encuentran en la tabla adjunta. Basado en estos datos, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

	Variación del IMC				
Mujeres	0,9	1,2	1	0,4	0,5
Hombres	1,2	-0,5	1,3	1,5	0,5

- I) El promedio de las variaciones del IMC de los hombres y de las mujeres es el mismo.
- II) La mediana de las variaciones del IMC de las mujeres está por debajo de la de los hombres.
- III) La desviación estándar de las variaciones del IMC para los hombres es mayor que la desviación estándar de las variaciones del IMC para las mujeres.
- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo I y III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

67. Cuando Andrea visita al nutricionista, este le indica que su masa corresponde al percentil 90 de la distribución de las masas de la población de mujeres de su edad y estatura en el país. Si se sabe que la masa de esta población se modela a través de una distribución normal con varianza igual a  $4 \text{ kg}^2$ , y Andrea tiene una masa de 50 kg, ¿cuál es, aproximadamente, la media de esta distribución?

- A) 52,56 kg
- B) 47,44 kg
- C) 55,12 kg
- D) 44,88 kg
- E) 53,28 kg

## MODELO MAT 2018

68. Un ingeniero de una fábrica debe inferir sobre el diámetro medio ( $\mu$ ) de los rodamientos de su producción, y para ello tomará una muestra al azar de rodamientos y la utilizará para construir un intervalo de confianza del 95% para  $\mu$ . Si los diámetros de los rodamientos se modelan a través de una distribución normal, con varianza  $4 \text{ mm}^2$ , ¿cuál es el mínimo número de rodamientos que debe tener la muestra, para que el margen de error del intervalo construido sea menor o igual a  $1 \text{ mm}$ ?

- A) 62
- B) 7
- C) 11
- D) 4
- E) 16

69. En las tablas adjuntas se muestran de manera resumida las notas obtenidas por todos los alumnos, de los cursos A y B, en un examen. Se puede determinar el valor de  $p$ , si se sabe que:

Curso A	
Nota	Frecuencia
4,0	$p$
5,0	20
6,0	10

Curso B	
Nota	Frecuencia
4,0	15
5,0	$p$
6,0	15

- (1) La media de ambos cursos es la misma.
- (2) La mediana de ambos cursos es la misma.

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

MODELO MAT 2018

70. Un curso está compuesto por 30 hombres, de los cuales 10 utilizan frenillos y 20 mujeres, de las cuales 6 no los usan. Si se selecciona a un estudiante del curso al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer y utilice frenillos?

A)  $\frac{35}{50}$

B)  $\frac{14}{50}$

C)  $\frac{14}{24}$

D)  $\frac{24}{125}$

E)  $\frac{6}{20}$

71. ¿Cuántos números distintos divisibles por 2, menores que 100.000 y mayores que 10.000 se pueden formar en total usando los dígitos 3, 4, 5, 7 y 9, considerando que estos se pueden repetir?

A) 625

B) 20

C) 256

D) 120

E) 24

## MODELO MAT 2018

72. De un grupo formado por 5 ingenieros y 6 economistas, todos de distintas edades, se quiere formar una comisión presidida por el ingeniero de más edad del grupo, la cual estará integrada, en total, por 3 ingenieros y 2 economistas. ¿Cuántas comisiones distintas se pueden formar?

- A) 90
- B) 210
- C) 60
- D) 21
- E) 360

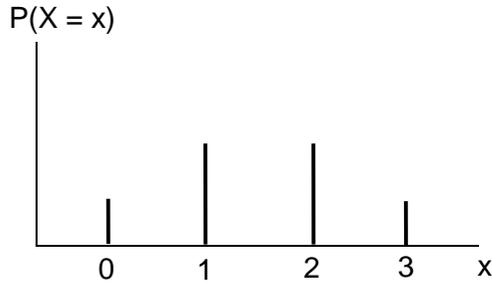
73. En una bolsa hay en total 22 bolitas del mismo tipo numeradas en forma correlativa del 1 al 22. Si se extrae al azar una bolita de la bolsa, ¿cuál es la probabilidad de que esta tenga un número de un dígito o un número múltiplo de 10?

- A)  $\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{2}$
- B)  $\frac{9}{22} + \frac{2}{21}$
- C)  $\frac{1}{9} + \frac{1}{2}$
- D)  $\frac{9}{22} + \frac{2}{22}$
- E)  $\frac{9}{22} + \frac{1}{22}$

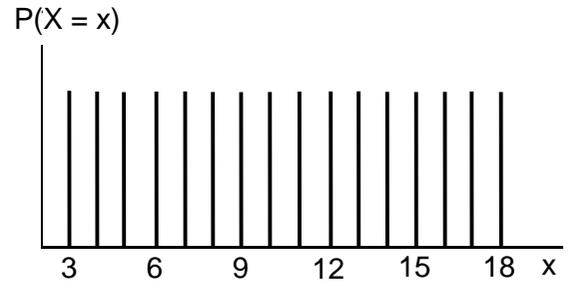
MODELO MAT 2018

74. En el experimento de lanzar tres dados comunes se define la variable aleatoria  $X$  como la cantidad de 3 obtenidos. ¿Cuál de los siguientes gráficos representa mejor la función de probabilidad de la variable aleatoria discreta  $X$ ?

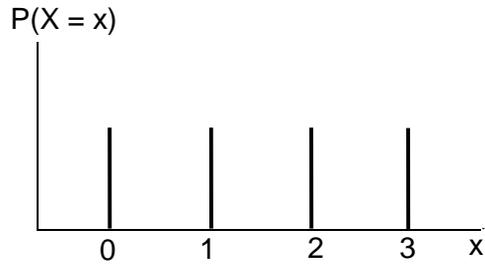
A)



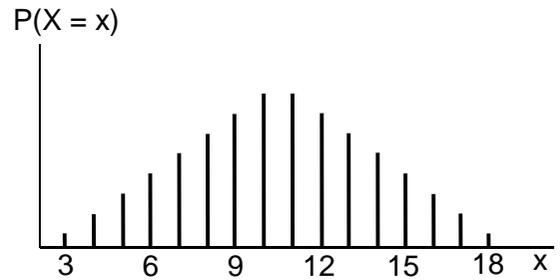
B)



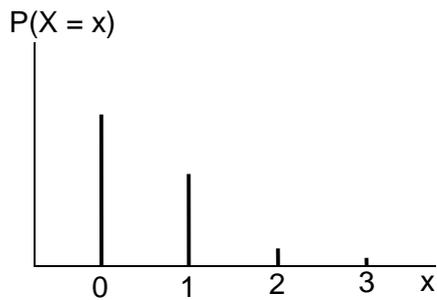
C)



D)



E)



MODELO MAT 2018

75. En el experimento de lanzar un dado común se define la variable aleatoria  $X$  como la cantidad de números pares obtenidos, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) El recorrido de  $X$  es  $\{2, 4, 6\}$ .
- II)  $P(X = 0) = P(X = 1)$
- III) El valor esperado de  $X$  es 3.

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo I y II
- D) Solo II y III
- E) Ninguna de ellas.

76. Un juego de azar consiste en lanzar un dado común, donde el jugador que lanza el dado pierde si obtiene un número impar o un múltiplo de 3 y en otro caso gana. Si un jugador lanza el dado  $n$  veces, con  $n > 3$ , ¿cuál es la probabilidad de que gane exactamente en tres de ellos?

- A)  $\binom{n}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-3}$
- B)  $\left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{n-3}$
- C)  $\binom{n}{3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{n-3}$
- D)  $\binom{n}{3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{n-3} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3$
- E)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{n-3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3$

MODELO MAT 2018

77. En la tabla adjunta se muestran los resultados de una encuesta realizada a 60 personas, sobre la preferencia de mermeladas, clasificadas en no dietética y dietética. Al seleccionar a uno de estos encuestados al azar, la probabilidad de que este prefiera una mermelada no dietética, sabiendo que es mujer, es

		Mermelada	
		No dietética	Dietética
Mujer	6	24	
Hombre	18	12	

- A)  $0,0\bar{3}$   
 B)  $0,1\bar{6}$   
 C) 0,2  
 D) 0,25  
 E)  $0,\bar{3}$
78. Sea  $X$  una variable aleatoria discreta y  $F$  su función de distribución de probabilidad acumulada. Si  $F(-1) = \frac{1}{3}$  y  $F(1) = 1$ , ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **siempre** verdadera?
- A) El recorrido de  $X$  es el conjunto  $\{-1, 1\}$ .  
 B)  $P(X = 0) = 0$   
 C)  $F(-2) = 0$   
 D)  $P(X = -1) = \frac{1}{3}$   
 E) Ninguna de las anteriores.

## MODELO MAT 2018

79. La estatura de una población de estudiantes de educación básica se modela a través de una distribución normal con media 150 cm y varianza de  $100 \text{ cm}^2$ . Si se selecciona al azar a un estudiante de esta población y la probabilidad de que este mida a lo menos Q cm es de 0,977, ¿cuál es el valor de Q?

- A) 170 cm
- B) 130 cm
- C) 350 cm
- D) 50 cm
- E) Ninguno de los anteriores.

80. En una caja hay en total 20 bolitas del mismo tipo, unas de color rojo, otras de color azul y otras de color negro. Al sacar una bolita al azar de la caja, se puede determinar la probabilidad de que esta sea de color negro, si se sabe que:

- (1) Al extraer al azar una bolita de la caja, la probabilidad de que sea negra es igual a la probabilidad de que sea roja.
- (2) La cantidad de bolitas azules que hay en la caja es la mitad de la cantidad de bolitas rojas que hay en la caja.

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

