Lunes 01 de Septiembre de 2014

Serie DEMRE | Nº 1

PSU

RESOLUCIÓN DEL MODELO DE PRUEBA DE MATEMÁTICA

RESOLUCIÓN DEL MODELO DE PRUEBA DE MATEMÁTICA

PRESENTACIÓN

En esta publicación se realizarán los comentarios de las preguntas que están en el Modelo de Prueba de Matemática publicada en la página web del DEMRE, en la cual se pretende entregar información útil, tanto para profesores como para estudiantes, con respecto a los contenidos, los objetivos fundamentales y a las habilidades cognitivas que se evalúan en cada uno de los ítemes de este modelo.

De esta manera, en cada ítem se presentará una ficha de referencia curricular, y en los comentarios de ellos se indicará el contenido del Marco Curricular al cual pertenece, una o varias formas de abordarlo, explicitando las capacidades que debiera tener el postulante para llegar a la solución y los errores más comunes que se cometen. Cabe señalar que las preguntas que conforman este modelo tienen datos estadísticos, ya que fueron parte de pruebas de pilotaje y por tal motivo, se comenta aquel distractor que tuvo mayor frecuencia o más de uno si es necesario.

COMENTARIO DE LAS PREGUNTAS

PREGUNTA 1

¿Cuál(es) de las siguientes operaciones da(n) por resultado la unidad?

I) $\frac{7}{12} + \frac{5}{12}$

II) $\frac{7}{12} \cdot \frac{12}{7}$

III) $\frac{13}{12} : \frac{12}{13}$

A) Solo I
B) Solo II
C) Solo III
D) Solo I y II
E) I, II y III

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Números

Área Temática: Números

Nivel: Primero Medio

Objetivo Fundamental: Representar números racionales en la recta numérica, usar la representación decimal y de fracción de un racional justificando la transformación de una en otra, aproximar números racionales, aplicar adiciones, sustracciones, multiplicaciones y divisiones con números racionales en situaciones diversas y demostrar algunas de sus propiedades.

Contenido: Operatoria con Números Racionales.

Habilidad Cognitiva: Comprensión

Clave: D

COMENTARIO

El contenido medido por este ítem es el de la operatoria con números racionales y para resolverlo el postulante debe verificar si las expresiones dadas en I), en II) y en III) son iguales a 1.

Para ello, en I) se debe sumar fracciones con igual denominador, es decir, $\frac{7}{12} + \frac{5}{12} = \frac{12}{12}$, dando como resultado la unidad.

Ahora, en II) se debe multiplicar fracciones, o sea, $\frac{7}{12} \cdot \frac{12}{7} = \frac{84}{84}$ siendo igual a 1.

Y por último, en III) se debe dividir fracciones, esto es, $\frac{13}{12} : \frac{12}{13} = \frac{13}{12} \cdot \frac{13}{12} = \frac{169}{144}$ resultado que es distinto de 1.

Por lo tanto, como las expresiones en I) y en II) son iguales a 1, la respuesta correcta es la opción D).

El distractor más marcado fue E) con un 10% de las preferencias, probablemente en III) cometen el siguiente error:

$$\frac{\cancel{13}}{\cancel{12}} : \frac{\cancel{12}}{\cancel{13}} = \frac{1}{1} = 1$$

PREGUNTA 2

$$\frac{0{,}1^2 - 0{,}1^3}{0{,}1} =$$

A) -1
B) 0
C) $0{,}1$
D) $0{,}009$
E) $0{,}09$

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Números
Área Temática: Números
Nivel: Primero Medio
Objetivo Fundamental: Comprender el significado de potencias que tienen como base un número racional y exponente entero y utilizar sus propiedades.
Contenido: Propiedades de las potencias de base racional y exponente entero.
Habilidad Cognitiva: Aplicación
Clave: E

COMENTARIO

Para resolver el ítem el postulante puede calcular el valor de potencias de base racional y exponente un número entero, para luego operar con números racionales.

En efecto, $\frac{0{,}1^2 - 0{,}1^3}{0{,}1} = \frac{0{,}01 - 0{,}001}{0{,}1} = \frac{0{,}009}{0{,}1} = 0{,}09$, resultado que se encuentra en la opción E).

El distractor de mayor preferencia fue B), con un 14%, posiblemente quienes marcaron esta opción, restan las bases y restan los exponentes de las potencias en el numerador, obteniendo $\frac{(0{,}1 - 0{,}1)^{2-3}}{0{,}1} = \frac{0}{0{,}1} = 0$.

PREGUNTA 3

Al realizar la operación $20 \div 3$ en una calculadora, ella da como resultado 6,666666667. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) La calculadora redondea a la novena cifra decimal.
II) La calculadora trunca a la novena cifra decimal.
III) $\frac{20}{3}$ es un número decimal periódico.

A) Solo I
B) Solo II
C) Solo III
D) Solo I y III
E) Solo II y III

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Números

Área Temática: Números

Nivel: Primero Medio

Objetivo Fundamental: Representar números racionales en la recta numérica, usar la representación decimal y de fracción de un racional justificando la transformación de una en otra, aproximar números racionales, aplicar adiciones, sustracciones, multiplicaciones y divisiones con números racionales en situaciones diversas y demostrar algunas de sus propiedades.

Contenido: Aproximación de números racionales a través del redondeo o truncamiento.

Habilidad Cognitiva: Comprensión

Clave: D

COMENTARIO

El contenido al que apunta esta pregunta es aproximación de un número por redondeo o truncamiento. Para responder el ítem el postulante debe establecer la veracidad de las afirmaciones dadas, comprendiendo los conceptos de redondear y truncar, a la vez que debe identificar un número decimal periódico.

Ahora, en I) para aproximar por redondeo el número resultante de la operación $20 \div 3$, que es igual a 6,666666666666…, se debe identificar la posición a la que se quiere redondear, en este caso, se pide a la novena cifra, luego se debe considerar la cifra decimal inmediatamente siguiente a la que determine la aproximación, es decir, la décima cifra y como esta cifra es mayor que 5, la cifra por aproximar se debe aumentar en una unidad, resultando el número 6,666666667, esto arroja que la calculadora mencionada en el enunciado aproxima a la novena cifra decimal, por lo que la afirmación en I) es verdadera.

En II), se debe recordar que para truncar hay que identificar la posición a la que se quiere truncar, en este caso a la novena cifra decimal y considerar las cifras decimales hasta esta posición, dando por resultado 0,666666666, número que no es igual al entregado por la calculadora según el enunciado, luego la afirmación en II) es falsa.

Como 20 ÷ 3 es equivalente a $\frac{20}{3}$ y es igual a 6,666666666666…, o sea, $\frac{20}{3} = 6,\overline{6}$, número que es periódico, luego la afirmación en III) es verdadera.

Por las conclusiones de los párrafos anteriores, donde las afirmaciones dadas en I) y en III) son verdaderas, se tiene que la clave es D). Entre los distractores, A) fue el más marcado con un 14%, probablemente quienes se equivocan, confunden un número decimal periódico con un número decimal semiperiódico o bien, consideran que $\frac{20}{3}$ = 6,666666667, número que es finito.

PREGUNTA 4

El resultado de $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{2}{7}\right)$, truncado a la décima es

A) 0,1
B) 0,2
C) 0,3
D) 0,8
E) 0,7

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Números
Área Temática: Números
Nivel: Primero Medio
Objetivo Fundamental: Representar números racionales en la recta numérica, usar la representación decimal y de fracción de un racional justificando la transformación de una en otra, aproximar números racionales, aplicar adiciones, sustracciones, multiplicaciones y divisiones con números racionales en situaciones diversas y demostrar algunas de sus propiedades.
Contenido: Aproximación de números racionales a través del truncamiento.
Habilidad Cognitiva: Aplicación
Clave: E

COMENTARIO

Este ítem al igual que el anterior tiene que ver con la aproximación de números racionales, en este caso el postulante debe sumar números racionales, expresarlo como un número decimal y truncar el resultado.

Es decir, $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{2}{7} = \frac{14 + 7 + 12}{42} = \frac{33}{42}$ = 0,78…, valor que truncado a la décima es 0,7. Luego, la clave es la opción E).

El distractor que obtuvo la mayor preferencia fue D) con un 16%, a lo mejor los postulantes que lo marcaron en vez de truncar, redondearon.

PREGUNTA 5

Se repartirá un premio de \$ 624.000 entre Ingrid, Gerardo y Jaime. Ingrid recibe $\frac{3}{8}$ del total, Gerardo recibe $\frac{2}{3}$ de lo que quedará y Jaime el resto. ¿Cuánto reciben Gerardo y Jaime, respectivamente?

A) \$ 234.000 y \$ 260.000
B) \$ 156.000 y \$ 134.000
C) \$ 260.000 y \$ 364.000
D) \$ 260.000 y \$ 130.000
E) \$ 416.000 y \$ 208.000

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Números
Área Temática: Números
Nivel: Primero Medio
Objetivo Fundamental: Representar números racionales en la recta numérica, usar la representación decimal y de fracción de un racional justificando la transformación de una en otra, aproximar números racionales, aplicar adiciones, sustracciones, multiplicaciones y divisiones con números racionales en situaciones diversas y demostrar algunas de sus propiedades.
Contenido: Resolución de problemas que involucran números racionales.
Habilidad Cognitiva: Aplicación
Clave: D

COMENTARIO

Para resolver este problema el postulante puede operar con números racionales y a través de los resultados obtenidos, concluir cuánto dinero reciben Gerardo y Jaime, respectivamente.

En efecto, en el enunciado se indica que se deben repartir entre tres personas \$ 624.000, con la condición de que Ingrid recibe $\frac{3}{8}$ del total, por lo que entre Gerardo y Jaime reciben $\frac{5}{8}$ del total , es decir, $\frac{5}{8}$ de \$ 624.000, que equivale a escribir, $\frac{5}{8}\cdot 624.000$, dando como resultado \$ 390.000. Como Gerardo recibirá $\frac{2}{3}$ de lo que queda, es decir, $\frac{2}{3}$ de \$ 390.000, que equivale a $\frac{2}{3}\cdot 390.000$, obteniendo como resultado \$ 260.000, por lo que Jaime recibe \$ 390.000 – \$ 260.000 = \$ 130.000. Por lo tanto, la clave es la opción D).

El distractor de mayor frecuencia fue A) con un 8%, quizás los que marcaron esta opción calculan lo que recibirá Ingrid y lo que recibirá Gerardo, quedándose con estos valores sin determinar lo que recibirá Jaime.

PREGUNTA 6

Mario planea viajar de la ciudad M a la ciudad N, para lo cual deberá recorrer en su auto $1{,}344 \cdot 10^6$ m en tres días, de modo que cada día recorrerá la misma distancia. Si el primer día Mario recorrerá, adicionalmente a lo que va a recorrer en un día, 11 km en su auto para conocer el pueblo donde parará a descansar, ¿cuántos metros recorrerá durante el primer día en su auto, sabiendo que éste lo usará solo para los dos motivos mencionados?

A) $11.000{,}448 \cdot 10^6$
B) $11{,}448 \cdot 10^6$
C) $4{,}59 \cdot 10^5$
D) $4{,}48011 \cdot 10^5$
E) $0{,}814 \cdot 10^{10}$

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Números
Área Temática: Números
Nivel: Primero Medio
Objetivo Fundamental: Comprender el significado de potencias que tienen como base un número racional y exponente entero y utilizar sus propiedades.
Contenido: Resolución de problemas de potencias de base racional y exponente entero.
Habilidad Cognitiva: Aplicación
Clave: C

COMENTARIO

Este ítem apunta al contenido de potencias de base racional y exponente un número entero en la resolución de problemas y para encontrar la solución el postulante puede aplicar la operatoria con números racionales y potencias.

Es así que, en el enunciado se indica que Mario debe recorrer $1{,}344 \cdot 10^6$ m en tres días la misma distancia, por lo que se divide por 3 la expresión para determinar lo que recorrerá en un día, obteniendo $0{,}448 \cdot 10^6$ m.

Además, el primer día, adicionalmente, recorre 11 km, que es equivalente a 11.000 m, este valor se debe sumar a lo que recorre en un día. Para operar ambas expresiones se pueden dejar expresadas en notación decimal con la misma potencia de 10, es decir, $0{,}448 \cdot 10^6 = 4{,}48 \cdot 10^5$ y $11.000 = 0{,}11 \cdot 10^5$, luego lo que recorre el primer día se obtiene de $4{,}48 \cdot 10^5 + 0{,}11 \cdot 10^5$ llegando a $4{,}59 \cdot 10^5$ metros, valor que se encuentra en la opción C).

Los distractores con mayor frecuencia fueron B) con un 17% y D) con un 14%. En el primero, posiblemente el error que cometen los postulantes es que no se dan cuenta que lo adicional que recorre Mario el primer día está dado en km y no en metros, por lo que al resultado de la división, $0{,}448 \cdot 10^6$, le suman 11 unidades a 0,448, dándoles como respuesta $11{,}448 \cdot 10^6$. En D), al igual que en el distractor anterior trabajan con 11 metros, pero aquí lo escriben en notación decimal, es decir, $0{,}00011 \cdot 10^5$, luego operan $4{,}48 \cdot 10^5 + 0{,}00011 \cdot 10^5$, obteniendo $4{,}48011 \cdot 10^5$.

PREGUNTA 7

Sean a y b números racionales distintos de cero y sean m, n y k números enteros. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones podría ser **FALSA**?

A) $(-a)^3 = -a^3$

B) $\left(\frac{a}{b}\right)^0 = \left(\frac{b}{a}\right)^0$

C) $(-a)^{-2n} = \frac{1}{a^{2n}}$

D) $(a^n)^{k+m} = a^{nk} + a^{nm}$

E) $(a^{-m} \cdot b)^{-n} = \frac{a^{mn}}{b^n}$

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Números
Área Temática: Números
Nivel: Primero Medio
Objetivo Fundamental: Comprender el significado de potencias que tienen como base un número racional y exponente entero y utilizar sus propiedades.
Contenido: Propiedades de las potencias de base racional y exponente entero.
Habilidad Cognitiva: Análisis, síntesis y evaluación
Clave: D

COMENTARIO

En este ítem el postulante debe analizar cada una de las opciones y concluir cuál de ellas podría ser falsa, utilizando las propiedades de las potencias de base racional y exponente un número entero.

Así, en la opción A) si se aplica la definición de potencia y la ley de los signos, se tiene $(-a)^3 = (-a)(-a)(-a) = -a^3$, luego la igualdad es verdadera.

En B), se debe recordar que una potencia de exponente cero y base distinta de cero, siempre es 1, luego $\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1 = \left(\frac{b}{a}\right)^0$, por lo tanto, la relación en B) es verdadera.

Ahora, en C) se deben aplicar las propiedades $p^{-m} = \frac{1}{p^m}$, $(p \cdot q)^m = p^m \cdot q^m$ y la propiedad de que una potencia elevada a un número par es siempre positiva, por lo que

$(-a)^{-2n} = \dfrac{1}{(-a)^{2n}} = \dfrac{1}{(-1 \cdot a)^{2n}} = \dfrac{1}{(-1)^{2 \cdot n}(a)^{2n}} = \dfrac{1}{a^{2n}}$, así la igualdad dada en esta opción es verdadera.

En D) se deben aplicar las siguientes propiedades $(p^r)^s = p^{rs}$ y $p^{r\,+\,s} = p^r \cdot p^s$, escribiendo $(a^n)^{k\,+\,m} = a^{n(k\,+\,m)} = a^{nk\,+\,nm} = a^{nk} \cdot a^{nm}$ expresión que no siempre es igual a $(a^{nk} + a^{nm})$, porque depende de los valores que tomen las variables, luego la igualdad en D) podría ser falsa, siendo esta opción la clave.

Por último, aplicando las propiedades de las potencias en E), se tiene $(a^{-m} \cdot b)^{-n} = a^{-m \cdot -n} \cdot b^{-n} = a^{mn} \cdot b^{-n} = \dfrac{a^{mn}}{b^n}$, luego la igualdad dada en esta opción es verdadera.

Entre los distractores, el de mayor preferencia fue C) con un 14%, quienes marcaron esta opción quizás escriben $(-a)^{-2n} = \dfrac{1}{(-a)^{2n}}$ y no siguen operando.

PREGUNTA 8

Si a, b y c son números negativos tales que $\dfrac{1}{a-1} < \dfrac{1}{b-1} < \dfrac{1}{c-1}$, ¿cuál(es) de las siguientes relaciones es (son) verdadera(s)?

I) $\dfrac{1}{(a-1)^2} < \dfrac{1}{(b-1)^2} < \dfrac{1}{(c-1)^2}$

II) $\dfrac{b-1}{a-1} < 1 < \dfrac{b-1}{c-1}$

III) $c < b < a$

A) Solo I
B) Solo II
C) Solo III
D) Solo I y II
E) I, II y III

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Números
Área Temática: Números
Nivel: Primero Medio
Objetivo Fundamental: Representar números racionales en la recta numérica, usar la representación decimal y de fracción de un racional justificando la transformación de una en otra, aproximar números racionales, aplicar adiciones, sustracciones, multiplicaciones y divisiones con números racionales en situaciones diversas y demostrar algunas de sus propiedades.
Contenido: Representación de los números racionales en la recta numérica.
Habilidad Cognitiva: Análisis, síntesis y evaluación
Clave: C

COMENTARIO

Esta pregunta apunta al contenido de la representación de números racionales en la recta numérica. Para llegar a la solución de la pregunta el postulante debe analizar la veracidad de las relaciones dadas en I), en II) y en III), a través, de la formulación de estrategias para comparar números racionales.

Así, la relación dada en I) no se cumple, ya que por ejemplo si (a – 1) = –4, (b – 1) = –5 y (c – 1) = –6 y al reemplazar estos valores en la expresión dada se tiene $\frac{1}{-4} < \frac{1}{-5} < \frac{1}{-6} < 0$, pero al elevar al cuadrado el denominador de estas expresiones se llega a $\frac{1}{16} > \frac{1}{25} > \frac{1}{36}$, con el sentido de orden distinto al dado en I).

O bien, como en el enunciado se indica que a, b y c son números negativos se tiene que (a – 1), (b – 1) y (c – 1) son también números negativos y como además se sabe que $\frac{1}{a-1} < \frac{1}{b-1} < \frac{1}{c-1} < 0$, entonces se concluye que

$\left(\frac{1}{a-1}\right)^2 > \left(\frac{1}{b-1}\right)^2 > \left(\frac{1}{c-1}\right)^2 > 0$, que es equivalente a

$\frac{1}{(a-1)^2} > \frac{1}{(b-1)^2} > \frac{1}{(c-1)^2} > 0$, con el sentido de orden distinto al dado en I).

La relación dada en II) también es falsa, ya que si se supone por ejemplo, que (a – 1) = –4, (b – 1) = –8 y (c – 1) = –16, se tiene $\frac{1}{-4} < \frac{1}{-8} < \frac{1}{-16} < 0$ y si se multiplica por –8 cada una de las fracciones se tiene $\frac{-8}{-4}$, $\frac{-8}{-8}$ y $\frac{-8}{-16}$, que al simplificarlas se obtiene 2, 1 y $\frac{1}{2}$, luego al ordenarlas resulta 2 > 1 > $\frac{1}{2}$, relación de orden distinta a la dada en II). O bien, los términos de la desigualdad $\frac{1}{a-1} < \frac{1}{b-1} < \frac{1}{c-1}$ se multiplican por un número negativo, en este caso por (b – 1), cambiando el sentido de la desigualdad, obteniéndose $\frac{b-1}{a-1} > \frac{b-1}{b-1} > \frac{b-1}{c-1}$ y luego, al simplificar se tiene $\frac{b-1}{a-1} > 1 > \frac{b-1}{c-1}$, con sentido contrario al dado en la desigualdad de II).

Por último, en III) se debe demostrar que c < b < a, para ello, se tiene que $\frac{1}{a-1} < \frac{1}{b-1} < \frac{1}{c-1} < 0$, de donde se llega a la relación $\frac{1}{1-a} > \frac{1}{1-b} > \frac{1}{1-c} > 0$, de esta relación se obtiene 1 – a < 1 – b < 1 – c, que es equivalente a la desigualdad –a < –b < –c, luego al multiplicar por –1 los términos de esta desigualdad se tiene que a > b > c, por lo que la relación en III) es verdadera.

Por el análisis anterior, se tiene que la clave es C) y el distractor D) es el de mayor frecuencia, con un 18%, posiblemente los que marcaron esta opción, en I) aplican raíz cuadrada sin considerar el signo de las expresiones y en II) multiplican por (b – 1) las tres expresiones de la desigualdad sin analizar su signo.

PREGUNTA 9

Si A = $0{,}6\overline{9}$; B = $\frac{25}{36}$ y C = $\frac{70}{100}$, ¿cuál de las siguientes relaciones es verdadera?

A) B < A < C
B) B < A = C
C) A = B < C
D) A = B = C
E) A = C < B

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Números
Área Temática: Números
Nivel: Primero Medio
Objetivo Fundamental: Representar números racionales en la recta numérica, usar la representación decimal y de fracción de un racional justificando la transformación de una en otra, aproximar números racionales, aplicar adiciones, sustracciones, multiplicaciones y divisiones con números racionales en situaciones diversas y demostrar algunas de sus propiedades.
Contenido: Transformación de números decimales semiperiódicos a fracción.
Habilidad Cognitiva: Aplicación
Clave: B

COMENTARIO

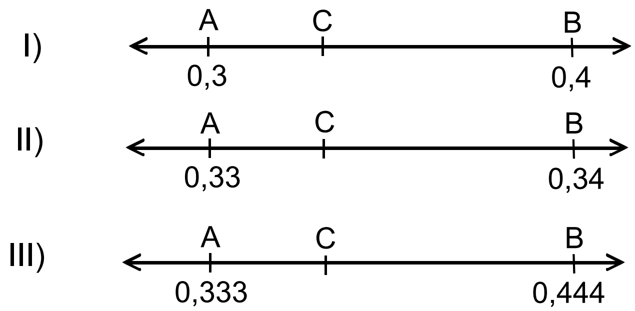
El postulante para resolver el ítem puede aplicar la transformación de números decimales infinitos semiperiódicos a fracción y comparar fracciones. Del enunciado se tiene que A = $0{,}6\overline{9}$ y al transformarlo a fracción se obtiene $0{,}6\overline{9} = \frac{69-6}{90} = \frac{63}{90} = \frac{7}{10}$. Ahora, si se simplifica C se obtiene que C = $\frac{7}{10}$, por lo que se concluye que A = C.

A continuación, se compara A con B a través de la multiplicación cruzada de numeradores por denominadores, comprobando que A > B, pues $\frac{7}{10} > \frac{25}{36}$, ya que $7 \cdot 36 > 10 \cdot 25$, es decir, 252 > 250.

Por lo anterior, la clave es B). El distractor más marcado fue A) con un 45% de las preferencias, posiblemente quienes erraron marcando este distractor no realizaron la transformación de A a fracción y escribieron C como 0,7, asumiendo que C > A.

PREGUNTA 10

En cada una de las rectas numéricas que se muestran en I), en II) y en III), el punto C es un punto tal que AC = $\frac{AB}{3}$. ¿En cuál(es) de ellas C = $0,\overline{3}$?



A) Solo en I
B) Solo en II
C) Solo en III
D) Solo en I y en II
E) En I, en II y en III

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Números
Área Temática: Números
Nivel: Primero Medio
Objetivo Fundamental: Representar números racionales en la recta numérica, usar la representación decimal y de fracción de un racional justificando la transformación de una en otra, aproximar números racionales, aplicar adiciones, sustracciones, multiplicaciones y divisiones con números racionales en situaciones diversas y demostrar algunas de sus propiedades.
Contenido: Transformación de números decimales infinitos periódicos y semiperiódicos a fracción.
Habilidad Cognitiva: Aplicación
Clave: D

COMENTARIO

Esta pregunta apunta al contenido de la transformación de fracción a números decimales infinitos periódicos y su ubicación en la recta numérica. Para encontrar la solución a la pregunta el postulante debe verificar si la posición de C en la recta numérica dada en I), en II) y en III) cumple con que ésta sea $0,\overline{3}$.

En el enunciado se indica que C es un punto tal que la distancia de A a C es igual a un tercio de la distancia entre B y A, es decir, AC = $\frac{AB}{3}$.

En I), se tiene que $\frac{AB}{3}$ está dado por $\frac{0{,}4 - 0{,}3}{3} = \frac{0{,}1}{3} = \frac{1}{30} = 0{,}0\overline{3}$ = AC. Ahora, para encontrar el valor de C, se tiene que $C - 0{,}3 = 0{,}0\overline{3}$, de lo que se obtiene $C = 0{,}0\overline{3} + 0{,}3 = 0{,}\overline{3}$, luego se verifica que $C = 0{,}\overline{3}$, por lo que I) cumple con la condición.

Para verificar II), se procede de la misma manera que en I), esto es, $\frac{AB}{3} = \frac{0{,}34 - 0{,}33}{3} = \frac{0{,}01}{3} = \frac{1}{300} = 0{,}00\overline{3}$ = AC, así se tiene que $C - 0{,}33 = 0{,}00\overline{3}$, de lo que se obtiene $C = 0{,}00\overline{3} + 0{,}33 = 0{,}\overline{3}$, luego se verifica que $C = 0{,}\overline{3}$, por lo que II) se cumple.

Por último, en III) se tiene $\frac{AB}{3} = \frac{0{,}444 - 0{,}333}{3} = \frac{0{,}111}{3} = \frac{111}{3.000} = 0{,}037$ = AC. Ahora, $C - 0{,}333 = 0{,}037$, de lo que se obtiene $C = 0{,}037 + 0{,}333 = 0{,}37$, por lo que III) no se cumple.

Por las conclusiones anteriores se tiene que la clave es la opción D). Por otra parte, el distractor con mayor frecuencia fue C) con un 23%, posiblemente quienes marcaron esta opción no consideraron la condición dada en el enunciado y solo miran los valores dados en la rectas numéricas y como la dada en III) es la única que tiene a C entre números que tienen sus cifras decimales iguales, concluyen que C = 0,3333…

PREGUNTA 11

Si se ordenan de menor a mayor los siguientes números: $\sqrt{5}$, $2\sqrt{3}$, $3\sqrt{2}$, $\sqrt{7}$ y $\frac{11}{3}$, entonces el término del medio es

A) $\sqrt{5}$
B) $2\sqrt{3}$
C) $3\sqrt{2}$
D) $\sqrt{7}$
E) $\frac{11}{3}$

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Números
Área Temática: Números
Nivel: Segundo Medio
Objetivo Fundamental: Utilizar los números reales en la resolución de problemas, ubicarlos en la recta numérica, demostrar algunas de sus propiedades y realizar aproximaciones.
Contenido: Ubicación raíces en la recta numérica.
Habilidad Cognitiva: Aplicación
Clave: B

COMENTARIO

Este ítem hace referencia al contenido de ubicación de raíces en la recta numérica y para darle solución se debe determinar cuál es el término del medio de los números dados en el enunciado al estar ordenados.

Para ello puede aplicar que para cualquier par de números reales positivos, p y q, se cumple que, si p > q, entonces $\sqrt{p} > \sqrt{q}$, además, puede expresar $p\sqrt{q}$ como $\sqrt{p^2 \cdot q}$ y utilizar la igualdad p = $\sqrt{p^2}$.

Ahora bien, utilizando las propiedades anteriores se tiene que $2\sqrt{3}$ y $3\sqrt{2}$ se pueden expresar como $\sqrt{12}$ y $\sqrt{18}$, respectivamente y $\frac{11}{3}$ se puede escribir como $\sqrt{\frac{121}{9}}$ que es igual a $\sqrt{13,\overline{4}}$. Luego, los números del enunciado pueden quedar expresados como $\sqrt{5}$, $\sqrt{12}$, $\sqrt{18}$, $\sqrt{7}$ y $\sqrt{13,\overline{4}}$ y a continuación, se debe comparar las cantidades subradicales de las raíces para determinar el orden de menor a mayor de estos números, resultando $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{12}$, $\sqrt{13,\overline{4}}$ y $\sqrt{18}$, siendo $\sqrt{12}$ el término del medio, es decir, $2\sqrt{3}$, valor que se encuentra en la opción B).

El distractor más marcado fue E), con un 12% de adhesión, probablemente los postulantes cometieron el siguiente error:

Cada número de la lista lo escriben al cuadrado, obteniendo $\left(\sqrt{5}\right)^2$, $\left(2\sqrt{3}\right)^2$, $\left(3\sqrt{2}\right)^2$, $\left(\sqrt{7}\right)^2$ y $\left(\frac{11}{3}\right)^2$, luego desarrollan mal el cuadrado del último número y escriben 5, 12, 18, 7 y $\frac{22}{3}$, de donde $\frac{22}{3} = 7,\overline{3}$, luego el orden de menor a mayor es 5, 7, $7,\overline{3}$, 12 y 18, siendo $\frac{11}{3}$ el término central.

PREGUNTA 12

Si $\sqrt{3}$ es aproximadamente 1,7320, entonces $\sqrt{0,27}$ aproximado por redondeo a la centésima es

A) 0,50
B) 0,51
C) 0,52
D) 0,05
E) ninguno de los valores anteriores.

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Números
Área Temática: Números
Nivel: Segundo Medio
Objetivo Fundamental: Utilizar los números reales en la resolución de problemas, ubicarlos en la recta numérica, demostrar algunas de sus propiedades y realizar aproximaciones.
Contenido: Aproximación de un número irracional por redondeo.
Habilidad Cognitiva: Aplicación
Clave: C

COMENTARIO

Esta pregunta apunta al contenido de aproximación de un número irracional por redondeo y para determinar la solución el postulante puede aplicar las propiedades de raíces, para descomponer $\sqrt{0,27}$ en términos de $\sqrt{3}$, cuyo valor se da aproximado en el enunciado.

En efecto, $\sqrt{0,27} = \sqrt{\frac{27}{100}} = \frac{3\sqrt{3}}{10}$ lo que es aproximado a $\frac{3 \cdot 1,7320}{10}$ dando como resultado 0,5196, valor que aproximado por redondeo a la centésima es 0,52, por lo anterior, la clave es C).

El distractor más elegido fue B) con un 10% de las preferencias, posiblemente los postulantes que lo marcaron realizaron de manera correcta todo el procedimiento obteniendo 0,5196, pero truncaron a la centésima, obteniendo 0,51.

PREGUNTA 13

La expresión $-\left(6-\sqrt{6}\right)^2$ es

A) un número irracional positivo.
B) un número racional positivo.
C) un número racional negativo.
D) un número irracional negativo.
E) cero.

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Números
Área Temática: Números
Nivel: Segundo Medio
Objetivo Fundamental: Comprender que los números irracionales constituyen un conjunto numérico en el que es posible resolver problemas que no tienen solución en los números racionales, y los números reales como aquellos que corresponden a la unión de los números racionales e irracionales.
Contenido: Propiedades de los números reales y de sus operaciones.
Habilidad Cognitiva: Aplicación
Clave: D

COMENTARIO

El contenido referido en este ítem es el de aplicación de algunas de las propiedades de los números y sus operaciones, donde se puede desarrollar el cuadrado de un binomio como $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

Se sabe que un número al cuadrado siempre es positivo, es decir, $\left(6-\sqrt{6}\right)^2$ es positivo, por lo que $-\left(6-\sqrt{6}\right)^2$ es negativo, descartando las opciones A), B) y E).

Ahora, al aplicar el desarrollo de un binomio al cuadrado se tiene $-\left(6-\sqrt{6}\right)^2 = -\left(36-12\sqrt{6}+6\right) = -\left(42-12\sqrt{6}\right)$. Y como $\sqrt{6}$ es un número irracional se tiene que la expresión $-\left(42-12\sqrt{6}\right)$ es un número irracional, por lo que se descarta la opción C).

Por lo tanto, $-\left(6-\sqrt{6}\right)^2$ es un número irracional negativo, siendo D) la opción correcta y el distractor más marcado fue C) con un 27% de las preferencias, tal vez los postulantes efectuaron el siguiente desarrollo:

$$-\left(6-\sqrt{6}\right)^2 = -\left((6)^2-\left(\sqrt{6}\right)^2\right) = -(36-6) = -30$$

PREGUNTA 14

Sean p, q y r números mayores que 1. Si $\log_5 \sqrt{p} > \log_4 q > \log_3 (2r)$, entonces se cumple que

A) $p > q > r$
B) $r > p > q$
C) $r > q > p$
D) $q > p > r$
E) $p > r > q$

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Números
Área Temática: Números
Nivel: Segundo Medio
Objetivo Fundamental: Establecer relaciones entre potencias, logaritmos y raíces en el contexto de los números reales, demostrar algunas de sus propiedades y aplicarlas a la resolución de problemas.
Contenido: Propiedades de los logarítmos y su relación con potencias y raíces.
Habilidad Cognitiva: Análisis, síntesis y evaluación
Clave: A

COMENTARIO

Para resolver el ítem el postulante debe interpretar logaritmos a través de potencias y raíces, con el fin de analizar la desigualdad del enunciado y obtener la relación que se da entre los números p, q y r.

Como $\log_5 \sqrt{p} = \frac{1}{2}\log_5 p$, se tiene que $\log_5 p > \log_5 \sqrt{p}$ y por otra parte, $\log_3 (2r) > \log_3 r$, pues las bases de los logaritmos son iguales y $2r > r$.

De las conclusiones anteriores más la información del enunciado, se puede plantear que $\log_5 p > \log_5 \sqrt{p} > \log_4 q > \log_3 (2r) > \log_3 r$.

Ahora, como p y r son números mayores que 1 se cumple que $\log_4 p > \log_5 p$ y $\log_3 r > \log_4 r$, ya que como en las dos expresiones los antilogaritmos son iguales, se cumple que a menor base mayor es el valor del logaritmo. Así, se obtiene que $\log_4 p > \log_5 p > \log_5 \sqrt{p} > \log_4 q > \log_3 (2r) > \log_3 r > \log_4 r$, concluyéndose que $\log_4 p > \log_4 q > \log_4 r$, y como los logaritmos son de igual base, se tiene $p > q > r$. Del análisis anterior se concluye que la opción correcta es A).

En este caso, las personas que erraron su respuesta se distribuyeron en forma similar entre todos los distractores, quizás cometen diversos errores en el análisis de las relaciones dadas entre los logaritmos de la desigualdad.

PREGUNTA 15

¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) $\left(\sqrt{3} + 4\right)^2 = 19$

II) $\sqrt{\sqrt{5} + 1} \cdot \sqrt{\sqrt{5} - 1} = 2$

III) $\dfrac{2\sqrt{50} + 4\sqrt{18}}{\sqrt{8}} = 11$

A) Solo I
B) Solo II
C) Solo III
D) Solo II y III
E) I, II y III

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Números
Área Temática: Números
Nivel: Segundo Medio
Objetivo Fundamental: Establecer relaciones entre potencias, logaritmos y raíces en el contexto de los números reales, demostrar algunas de sus propiedades y aplicarlas a la resolución de problemas.
Contenido: Raíz enésima en el conjunto de los números reales.
Habilidad Cognitiva: Aplicación
Clave: D

COMENTARIO

El contenido referido a esta pregunta es la aplicación de las propiedades de las raíces, para determinar la veracidad de las igualdades dadas en I), en II) y en III).

Así, en I) se tiene que $\left(\sqrt{3} + 4\right)^2 = \left(\sqrt{3}\right)^2 + 8\sqrt{3} + 16 = 19 + 8\sqrt{3}$ lo que es distinto a 19, luego la igualdad de I) es falsa.

La igualdad de II) es verdadera, ya que al aplicar la propiedad de multiplicación de raíces de igual índice, se tiene que:

$$\sqrt{\sqrt{5} + 1} \cdot \sqrt{\sqrt{5} - 1} = \sqrt{\left(\sqrt{5} + 1\right) \cdot \left(\sqrt{5} - 1\right)} = \sqrt{\left(\sqrt{5}\right)^2 - (1)^2} = \sqrt{5 - 1} = \sqrt{4} = 2$$

En III), si se descomponen las raíces y luego se operan se obtiene:

$\dfrac{2\sqrt{50}\ +\ 4\sqrt{18}}{\sqrt{8}} = \dfrac{2\sqrt{25\cdot 2}\ +\ 4\sqrt{9\cdot 2}}{\sqrt{4\cdot 2}} = \dfrac{10\sqrt{2}\ +\ 12\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \dfrac{22\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = 11$, por lo tanto, la igualdad en II) es verdadera.

Por el desarrollo anterior la clave es D). El distractor más elegido fue E), con un 6% de las preferencias, quienes escogieron esta opción consideraron que la igualdad en I) era verdadera, posiblemente realizaron el siguiente desarrollo:

$\left(\sqrt{3} + 4\right)^2 = \left(\sqrt{3}\right)^2 + 4^2 = 3 + 16 = 19.$

PREGUNTA 16

Sea q una aproximación por exceso a la centésima de $\sqrt{2}$ y p una aproximación por defecto a la centésima de $\sqrt{2}$. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) $q = p$

II) $\dfrac{p + q}{2} = \sqrt{2}$

III) $q = \sqrt{2} - k$, con k un número real positivo.

A) Solo I
B) Solo II
C) Solo III
D) Solo II y III
E) Ninguna de ellas.

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Números
Área Temática: Números
Nivel: Segundo Medio
Objetivo Fundamental: Utilizar los números reales en la resolución de problemas, ubicarlos en la recta numérica, demostrar algunas de sus propiedades y realizar aproximaciones.
Contenido: Aproximación de un número irracional por defecto y por exceso.
Habilidad Cognitiva: Análisis, síntesis y evaluación
Clave: E

COMENTARIO

Para analizar las igualdades dadas en I), en II) y en III) el postulante debe aplicar la aproximación del valor de un número irracional por defecto y por exceso.

En el enunciado se dice que q es una aproximación por exceso a la centésima del número irracional $\sqrt{2}$, así q es un número racional mayor que $\sqrt{2}$. Por otra parte, se dice que p es una aproximación por defecto de $\sqrt{2}$, esto quiere decir que p es un número racional menor que $\sqrt{2}$.

Utilizando lo anterior, en I) se dice que q = p, lo cual es falso debido a que q es un número mayor que $\sqrt{2}$ y p es un número menor que $\sqrt{2}$.

En II) se tiene que $\frac{p + q}{2} = \sqrt{2}$, esto también es falso debido a que, como p y q son aproximaciones de $\sqrt{2}$, entonces éstos son números racionales, luego la mitad de la suma de dos números racionales es un número racional, en tanto $\sqrt{2}$ no lo es.

Por último, en III) se dice que q = $\sqrt{2} - k$, con k un número real positivo, esta afirmación también es falsa, debido a que q es una aproximación por exceso de $\sqrt{2}$, siendo q un número mayor que $\sqrt{2}$.

De lo anterior, la opción correcta es E) y el distractor de mayor frecuencia fue B) con un 13%, quienes marcaron esta opción posiblemente no analizaron que la mitad de la suma de dos números racionales no puede dar como resultado un número irracional.

PREGUNTA 17

Si el área de una figura plana está representada por la expresión

I) $x^2 + 4x + 4$, entonces la figura puede ser un cuadrado de lado (x + 2).
II) $x^2 - 9$, entonces la figura puede ser un cuadrado de lado (x – 3).
III) $x^2 + 7x + 12$, entonces la figura puede ser un rectángulo donde uno de sus lados es (x + 4).

Es (son) verdadera(s)

A) solo I.
B) solo II.
C) solo I y III.
D) solo II y III.
E) ninguna de ellas.

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Álgebra
Área Temática: Álgebra
Nivel: Primero Medio
Objetivo Fundamental: Transformar expresiones algebraicas no fraccionarias utilizando diversas estrategias y utilizar las funciones lineales y afines como modelo de situaciones o fenómenos y representarlas gráficamente en forma manual.
Contenido: Transformación de expresiones algebraicas no fraccionarias en otras equivalentes.
Habilidad Cognitiva: Aplicación
Clave: C

COMENTARIO

El postulante para resolver el ítem puede aplicar la transformación de expresiones algebraicas no fraccionarias en otras equivalentes, mediante el uso de factorizaciones, para verificar si se cumplen las afirmaciones dadas en I), en II) y en III).

En efecto, en I) si se factoriza la expresión a través de un cuadrado de un binomio se tiene que $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$, lo que puede representar el área de un cuadrado de lado (x + 2), luego la afirmación en I) es verdadera.

Ahora, si se factoriza la expresión dada en II) se obtiene que $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$, lo que no puede corresponder al área de un cuadrado de lado (x – 3), luego la afirmación en II) es falsa.

En III), si se factoriza la expresión se llega a que $x^2 + 7x + 12 = (x + 3)(x + 4)$, lo que puede representar el área de un rectángulo donde uno de sus lados es (x + 4), o bien se podría factorizar de la siguiente manera: $x^2 + 7x + 12 = \left(\dfrac{x^2 + 7x + 12}{x + 4}\right)(x + 4)$, donde uno de sus lados es (x + 4), luego la afirmación en III) es verdadera.

Como solo las afirmaciones de I) y de III) son verdaderas la opción C) es la clave. Por otro lado, el distractor más marcado fue A) con un 9%. Aquellos postulantes que lo escogieron tal vez no supieron factorizar la expresión dada en III) como el producto de dos binomios.

PREGUNTA 18

Se tienen \$ 16.000 en monedas de \$ 500 y de \$ 50. Si el total de monedas es 50, entonces la cantidad de monedas de \$ 500 es

A) 32
B) 30
C) 27
D) 20
E) 18

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Álgebra

Área Temática: Álgebra

Nivel: Segundo Medio

Objetivo Fundamental: Modelar situaciones o fenómenos cuyos modelos resultantes sean sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Contenido: Problemas asociados a sistemas de ecuaciones lineales con dos incognitas.

Habilidad Cognitiva: Aplicación

Clave: B

COMENTARIO

Este ítem apunta al contenido de resolución de problemas asociados a sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, para ello el postulante debe comprender el enunciado y escribir las ecuaciones que forman el sistema, para luego resolverlo aplicando cualquiera de los métodos conocidos.

Es así que, de acuerdo a la información dada en el enunciado, la suma de las cantidades de dinero entre las monedas de \$ 500 y \$ 50 es \$ 16.000. Ahora, si se denomina por x a la cantidad de monedas de \$ 500 y se denomina por y a la cantidad de monedas de \$ 50, se tiene la ecuación $500x + 50y = 16.000$. Por otra parte, se sabe que en total estas monedas son 50, obteniéndose la ecuación $x + y = 50$. De esta manera, con ambas ecuaciones se puede escribir el sistema $\begin{array}{r|} 500x + 50y = 16.000 \\ x + y = 50 \\ \hline \end{array}$

Como x es la cantidad de monedas de \$ 500, se debe despejar esta incógnita en el sistema para dar solución al problema y una manera de hacerlo es a través del método de reducción. Así, si se multiplica la segunda ecuación del sistema por –50 se obtiene el sistema $\begin{array}{r|} 500x + 50y = 16.000 \\ -50x - 50y = -2.500 \\ \hline \end{array}$, de donde se llega a la ecuación $450x = 13.500$, de donde se determina que $x = 30$.

De esta manera, la opción correcta es B). El distractor que tuvo una mayor frecuencia fue A) con un 8%, probablemente quienes optaron por esta opción lo que realizaron fue dividir 16.000 por 500, obteniendo 32.

PREGUNTA 19

Para $x \neq 0$, la expresión $1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$ es igual a

A) $\frac{x^2 + x + 1}{x^2}$

B) $x^2 + x + 1$

C) $\frac{3}{1 + x + x^2}$

D) $1 + \frac{2}{x^2}$

E) $\frac{(x + 1)^2}{x^2}$

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Álgebra
Área Temática: Álgebra
Nivel: Segundo Medio
Objetivo Fundamental: Interpretar la operatoria con expresiones algebraicas fraccionarias como una generalización de la operatoria con fracciones numéricas, establecer estrategias para operar con este tipo de expresiones y comprender que estas operaciones tienen sentido solo en aquellos casos en que estas están definidas.
Contenido: Operatoria de fracciones algebraicas simples.
Habilidad Cognitiva: Aplicación
Clave: A

COMENTARIO

Este ítem está referido al establecimiento de estrategias para sumar fracciones algebraicas simples, para lo cual, el postulante puede buscar el mínimo común múltiplo entre los denominadores para sumar fracciones con igual denominador, esto es $1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{1 \cdot x^2 + 1 \cdot x + 1}{x^2} = \frac{x^2 + x + 1}{x^2}$, expresión que se encuentra en la opción A).

El distractor más marcado fue C) con un 13%, tal vez los postulantes que marcaron esta opción sumaron los numeradores y los denominares, es decir,

$$1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{1 + 1 + 1}{1 + x + x^2} = \frac{3}{1 + x + x^2}$$

PREGUNTA 20

Sean a, b y p números reales, tales que a > b y $p = \dfrac{a^2 - b^2}{a^2 - 2ab + b^2}$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **siempre** verdadera?

A) p = 1
B) Si b < 0, entonces p < 1.
C) p > 1
D) Si b > 0, entonces p < 1.
E) p = 0

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Álgebra
Área Temática: Álgebra
Nivel: Segundo Medio
Objetivo Fundamental: Interpretar la operatoria con expresiones algebraicas fraccionarias como una generalización de la operatoria con fracciones numéricas, establecer estrategias para operar con este tipo de expresiones y comprender que estas operaciones tienen sentido solo en aquellos casos en que estas están definidas.
Contenido: Operatoria con fracciones algebraicas simples.
Habilidad Cognitiva: Análisis, síntesis y evaluación
Clave: B

COMENTARIO

Este ítem apunta a la factorización de expresiones algebraicas y a la simplificación de fracciones algebraicas simples. Para dar solución a este ítem el postulante debe analizar cada una de las relaciones dadas en las opciones considerando las condiciones dadas en el enunciado.

Ahora bien, factorizando la expresión que representa p se llega a la igualdad $p = \dfrac{a^2 - b^2}{a^2 - 2ab + b^2} = \dfrac{(a - b)(a + b)}{(a - b)^2}$ y como (a – b) > 0, se puede simplificar la fracción algebraica quedando $p = \dfrac{(a - b)(a + b)}{(a - b)^2} = \dfrac{\cancel{(a - b)}(a + b)}{\cancel{(a - b)}(a - b)} = \dfrac{a + b}{a - b}$, expresión que no siempre es igual a 1, solo se cumple cuando b = 0, luego la relación en A) no es siempre verdadera.

Si b < 0, el numerador de p es menor que su denominador, lo que implica que p < 1, por lo que la relación en B) es siempre verdadera.

En C) se tiene que $p > 1$, lo cual es verdad solamente cuando $b > 0$ y no cuando b toma cualquier número real.

La relación en D) no puede ser siempre verdadera, pues es lo contrario a lo analizado en B).

Por último, la relación en E) no es siempre verdadera, ya que para que $p = 0$, se debe cumplir que $a = -b$ y no para cualquier número real de a y b.

Por el análisis anterior, la clave es B) y el distractor más elegido fue C) con un 19% de las preferencias, probablemente los postulantes que lo escogieron hayan realizado de manera correcta la factorización y simplificación de la expresión obteniendo $p = \frac{a+b}{a-b}$, pero consideraron solo los casos en los que a y b son valores positivos, donde se cumple que $(a + b) > (a - b)$, es decir, en la fracción el numerador es mayor que el denominador, resultando $p > 1$.

PREGUNTA 21

¿Cuál de los siguientes sistemas está compuesto por dos ecuaciones lineales?

A) $\begin{array}{r|} 2xy + 3y = 7 \\ x - y = 0 \\ \hline \end{array}$

B) $\begin{array}{r|} x + y = 1 \\ 4x^2 - y^2 = 0 \\ \hline \end{array}$

C) $\begin{array}{l|} 3x + 2y = 0 \\ 3x + 2y = 2 \\ \hline \end{array}$

D) $\begin{array}{l|} \frac{x}{y} = 2 + y \\ x - y = 7 \\ \hline \end{array}$

E) $\begin{array}{r|} x - 4y = 2 \\ (x - 2)(5 + 6y) = 0 \\ \hline \end{array}$

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Álgebra
Área Temática: Álgebra
Nivel: Segundo Medio
Objetivo Fundamental: Modelar situaciones o fenómenos cuyos modelos resultantes sean sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
Contenido: Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
Habilidad Cognitiva: Comprensión
Clave: C

COMENTARIO

Esta pregunta está referida al contenido de sistemas de ecuaciones lineales y para resolverlo el postulante debe comprender cuál de los sistemas de ecuaciones que se muestran en las opciones está compuesto por dos ecuaciones lineales, es decir, dos ecuaciones del tipo $ax + by = c$, con a, b y c son números reales, donde a y b no pueden tomar el valor cero al mismo tiempo.

De esta manera, la clave es la opción C), pues las ecuaciones $3x + 2y = 0$ y $3x + 2y = 2$ que forman el sistema, cumplen con la definición anterior, ya que en ambos casos a, b y c son números reales, donde a y b no toman el valor cero, en cambio, los otros sistemas están compuestos por una ecuación que no se puede escribir de la forma $ax + by = c$.

El distractor con mayor preferencia corresponde a la opción B) con un 7%, es probable que los postulantes expresaran la ecuación $4x^2 - y^2 = 0$, como $(2x - y)(2x + y) = 0$, luego escriben $2x - y = 0$ y $2x + y = 0$, y dado que estas ecuaciones son lineales consideran al sistema de la opción B) como un sistema de ecuaciones lineales.

PREGUNTA 22

Un vehículo ha recorrido pq kilómetros, donde p es el dígito de las decenas y q el dígito de las unidades. La suma de los dígitos que componen dicho número es ocho. Dieciocho kilómetros más adelante ha recorrido qp kilómetros, donde q es el dígito de las decenas y p el dígito de las unidades. ¿Cuál de los siguientes sistemas permite determinar los kilómetros recorridos?

A) $\left.\begin{array}{l} p + q = 8 \\ p + q = 10q + p - 18 \end{array}\right|$

B) $\left.\begin{array}{c} p + q = 8 \\ 10q + p = 10p + q + 18 \end{array}\right|$

C) $\left.\begin{array}{c} p + q = 8 \\ p + q - 18 = 10p + q \end{array}\right|$

D) $\left.\begin{array}{c} p + q = 8 \\ 10q + p + 18 = 10p + q \end{array}\right|$

E) $\left.\begin{array}{c} p + q = 8 \\ p + q + 18 = 10p + q \end{array}\right|$

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Álgebra
Área Temática: Álgebra
Nivel: Segundo Medio
Objetivo Fundamental: Modelar situaciones o fenómenos cuyos modelos resultantes sean sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
Contenido: Resolución de problemas asociados a sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
Habilidad Cognitiva: Comprensión
Clave: B

COMENTARIO

Este ítem apunta al contenido de resolución de problemas asociados a sistemas de ecuaciones lineales y para resolverlo el postulante debe tener la capacidad de comprender la relación que existe entre los datos del enunciado y plantear un sistema de ecuaciones lineales literales, utilizando la descomposición posicional de un número.

Como p es el dígito de las decenas y q el dígito de las unidades, el número pq se expresa como 10p + q. Además, en el enunciado se indica que la suma de los dígitos es igual a 8, luego p + q = 8, siendo esta la primera ecuación lineal del sistema. Ahora, en el enunciado también se menciona que “Dieciocho kilómetros más adelante ha recorrido qp kilómetros, donde q es el dígito de las decenas y p el dígito de las unidades”, es decir, pq + 18 = qp, lo que se puede expresar como:

$$\underbrace{10p + q}_{\text{pq kilómetros recorridos por el vehículo inicialmente}} + \underbrace{18}_{\text{Dieciocho kilómetros más adelante}} = \underbrace{10q + p}_{\text{qp kilómetros recorridos por el vehículo finalmente}}$$

Por lo tanto, de los sistemas presentados en las opciones, se tiene que el sistema de ecuaciones lineales que permite determinar la cantidad de kilómetros recorridos es

$$\begin{aligned} p + q &= 8 \\ 10q + p &= 10p + q + 18 \end{aligned}$$

el cual se encuentra en la opción B).

El distractor con mayor preferencia corresponde a la opción D) con un 10%, quizás los postulantes que la seleccionaron interpretaron la información “Dieciocho kilómetros más adelante ha recorrido qp kilómetros” como 10q + p + 18, es decir, la distancia recorrida en qp kilómetros más 18 kilómetros.

PREGUNTA 23

Las soluciones de la ecuación $3(x-2)^2 = 7$ están representadas en

A) $2 \pm \frac{\sqrt{7}}{3}$

B) $-2 \pm \sqrt{\frac{7}{3}}$

C) $2 \pm \sqrt{\frac{7}{3}}$

D) $\frac{2 \pm \sqrt{13}}{3}$

E) $\frac{2 \pm \sqrt{7}}{3}$

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Álgebra
Área Temática: Álgebra
Nivel: Tercero Medio
Objetivo Fundamental: Modelar situaciones o fenómenos cuyos modelos resultantes sean funciones cuadráticas.
Contenido: Resolución de ecuaciones de segundo grado con una incógnita.
Habilidad Cognitiva: Aplicación
Clave: C

COMENTARIO

El contenido evaluado en este ítem es la resolución de ecuaciones de segundo grado con una incógnita, para resolverlo el postulante puede aplicar algún método de resolución de ecuaciones de segundo grado para despejar la incógnita x, por ejemplo:

La ecuación $3(x-2)^2 = 7$ es equivalente a $(x-2)^2 - \frac{7}{3} = 0$, la que se puede escribir como $\left(x - 2 - \sqrt{\frac{7}{3}}\right)\left(x - 2 + \sqrt{\frac{7}{3}}\right) = 0$, por lo tanto, si $x - 2 - \sqrt{\frac{7}{3}} = 0$, entonces $x = 2 + \sqrt{\frac{7}{3}}$ y si $x - 2 + \sqrt{\frac{7}{3}} = 0$, entonces $x = 2 - \sqrt{\frac{7}{3}}$.

Por lo anterior, las soluciones de la ecuación son $2 + \sqrt{\frac{7}{3}}$ y $2 - \sqrt{\frac{7}{3}}$, lo que se puede representar como $2 \pm \sqrt{\frac{7}{3}}$, que se encuentra en la opción C).

El distractor con mayor preferencia fue B), con un 9%. Es probable que los postulantes expresaran la ecuación como $\left(x - 2 - \sqrt{\frac{7}{3}}\right)\left(x - 2 + \sqrt{\frac{7}{3}}\right) = 0$ y consideran que las soluciones corresponden a $-2 + \sqrt{\frac{7}{3}}$ y $-2 - \sqrt{\frac{7}{3}}$, lo que se puede representar como $-2 \pm \sqrt{\frac{7}{3}}$.

PREGUNTA 24

Juan para una tarea debe cortar, en forma rectangular, un cartón cuya área debe ser de 2.500 cm^2 y donde el largo (x) debe exceder al ancho en 75 cm. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones permite a Juan determinar el largo y el ancho del cartón, en cm?

A) $x^2 - 75x = 2.500$
B) $x^2 + 75x = 2.500$
C) $x^2 - 75 = 2.500$
D) $x^2 + 75 = 2.500$
E) $4x - 150 = 2.500$

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Álgebra
Área Temática: Álgebra
Nivel: Tercero Medio
Objetivo Fundamental: Modelar situaciones o fenómenos cuyos modelos resultantes sean funciones cuadráticas.
Contenido: Resolución de problemas asociados a ecuaciones de segundo grado.
Habilidad Cognitiva: Comprensión
Clave: A

COMENTARIO

En este caso, el ítem hace referencia a la resolución de problemas asociados a ecuaciones de segundo grado y el postulante debe interpretar el enunciado para plantear una ecuación cuadrática con una incógnita que resuelve el problema.

En efecto, el largo del rectángulo es x cm, además, se tiene que "…el largo (x) debe exceder al ancho en 75 cm", lo que indica que el ancho se puede expresar como $(x - 75)$ cm y dado que el área del rectángulo es 2.500 cm^2, se puede escribir la ecuación $x \cdot (x - 75) = 2.500$ que es equivalente a $x^2 - 75x = 2.500$, dicha ecuación se encuentra en la opción A).

El distractor de mayor frecuencia fue B) y obtuvo un 35% de las preferencias. Es posible que los postulantes interpretaran la expresión "…el largo (x) debe exceder al ancho en 75 cm" como que el ancho es $(x + 75)$ cm, por lo que se puede escribir la ecuación $x \cdot (x + 75) = 2.500$, la que es equivalente a $x^2 + 75x = 2.500$.

PREGUNTA 25

Leonardo tiene una cierta cantidad de dinero en monedas de $ 500. Si le regalaran otras 5 de estas monedas tendría menos de $ 50.000, pero si gastara $ 10.000 le quedarían más de 20 monedas de $ 500. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera, con respecto al dinero que tiene Leonardo?

A) Tiene $ 20.000.
B) Tiene $ 47.500.
C) Tiene más de $ 47.500.
D) Tiene menos de $ 20.000.
E) Tiene más de $ 20.000 y menos de $ 47.500.

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Álgebra
Área Temática: Álgebra
Nivel: Cuarto Medio
Objetivo Fundamental: Modelar situaciones o fenómenos cuyo modelo resultante sea la función potencia, inecuaciones lineales y sistemas de inecuaciones.
Contenido: Resolución de problemas asociados a sistemas de inecuaciones lineales con una incógnita.
Habilidad Cognitiva: Aplicación
Clave: E

COMENTARIO

Para resolver el ítem, el postulante debe plantear y resolver un sistema de inecuaciones lineales con una incógnita.

Del enunciado se tiene que Leonardo tiene x monedas de \$ 500, luego tiene un total de \$ 500·x. Como le regalan 5 monedas de \$ 500, es decir \$ 2.500, tendrá en total 500x + 2.500, pero en el enunciado se indica que esta cantidad debe ser menor que \$ 50.000, lo que se puede representar como:

$$\underbrace{\overbrace{500x}^{\text{Dinero que tiene Leonardo.}} + \overbrace{2.500}^{\text{Dinero extra que le regalan a Leonardo.}}}_{\text{Cantidad total de dinero.}} < 50.000$$

Por otro lado, si Leonardo gastara \$ 10.000 de lo que tiene, le quedarían más de 20 monedas de \$ 500, es decir, más de \$ 10.000, lo que se puede representar como:

$$\underbrace{\overbrace{500x}^{\text{Dinero que tiene Leonardo.}} - \overbrace{10.000}^{\text{Dinero que gasta.}}}_{\text{Cantidad total de dinero.}} > 10.000$$

Dadas las inecuaciones anteriores se puede formar el sistema:

$$\left.\begin{array}{c} 500x + 2.500 < 50.000 \\ 500x - 10.000 > 10.000 \end{array}\right|$$

Para resolver este sistema y determinar el dinero que tiene Leonardo se puede despejar 500x en cada inecuación e intersectar las soluciones. En efecto, en la primera inecuación se obtiene que 500x < 47.500 y en la segunda se tiene que 500x > 20.000.

Por lo tanto, Leonardo tiene una cantidad de dinero que es mayor que \$ 20.000 y menor que \$ 47.000, respuesta que se encuentra en la opción E).

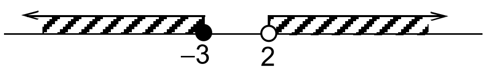
El distractor con más preferencias fue D), con una frecuencia del 9%. Es posible que los postulantes que escogieron esta opción despejaran la cantidad de dinero que tiene Leonardo en la inecuación 500x – 10.000 > 10.000, como:

$$\begin{aligned} 500x - 10.000 &> 10.000 \\ 500x &< 10.000 + 10.000 \\ 500x &< 20.000 \end{aligned}$$

Luego, al intersectar esta solución con la de la otra inecuación se obtiene que Leonardo tiene menos de \$ 20.000.

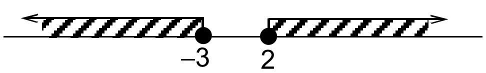
PREGUNTA 26

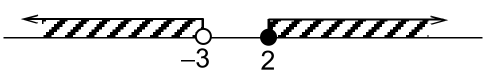
El gráfico que representa el conjunto de los números reales que son menores o iguales a –3 ó mayores que 2, es

A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

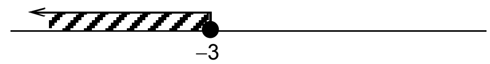
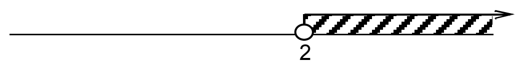
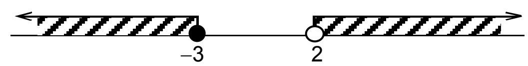
Eje Temático: Álgebra
Área Temática: Álgebra
Nivel: Cuarto Medio
Objetivo Fundamental: Resolver problemas utilizando inecuaciones lineales o sistemas de inecuaciones.
Contenido: Representación gráfica de intervalos.
Habilidad Cognitiva: Comprensión
Clave: A

COMENTARIO

El ítem hace referencia al contenido de representación de intervalos asociados a un sistema de inecuaciones y se resuelve mediante la interpretación del enunciado como una representación gráfica.

Para determinar la representación gráfica del conjunto de números reales x pedido, se debe considerar del enunciado la expresión "…son menores o iguales que –3…", lo que se interpreta como $x \leq -3$, y también se debe considerar la expresión "…mayores que

2…", lo que se interpreta como x > 2. Luego, gráficamente se puede establecer, en cada desigualdad, que:

Desigualdad	**Representación gráfica**
$x \leq -3$	
$x > 2$	
La unión entre los números reales x, tal que $x \leq -3$ ó $x > 2$	

Por lo que, la representación gráfica del conjunto dado en el enunciado se encuentra en la opción A).

El distractor E) obtuvo la mayor frecuencia, con un 11% de las preferencias. Los postulantes que lo seleccionaron, consideraron la representación gráfica de las desigualdades, $x < -3$ ó $x \geq 2$.

PREGUNTA 27

¿Cuáles son todos los valores de x que satisfacen simultáneamente las inecuaciones $2x + 1 \leq 3 - x$ y $\dfrac{1}{x+2} > 1$?

A) $x < -1$ y $x \neq -2$
B) $-2 < x < -1$
C) $x \leq \dfrac{2}{3}$ y $x \neq -2$
D) $-2 < x \leq \dfrac{2}{3}$
E) $-1 < x \leq \dfrac{2}{3}$

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Álgebra
Área Temática: Álgebra
Nivel: Cuarto Medio
Objetivo Fundamental: Resolver problemas utilizando inecuaciones lineales o sistemas de inecuaciones.
Contenido: Sistemas de inecuaciones lineales con una incognita.
Habilidad Cognitiva: Aplicación
Clave: B

COMENTARIO

En este caso, la pregunta está referida a la resolución de sistemas de inecuaciones lineales con una incógnita, para responderla el postulante debe determinar todos los valores para los cuales x satisface el siguiente sistema, intersectando las soluciones de las inecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} 2x + 1 \leq 3 - x \\ \dfrac{1}{x+2} > 1 \end{array}\right|$$

Ahora bien, al despejar x en la inecuación $2x + 1 \leq 3 - x$, se obtiene como solución $x \leq \dfrac{2}{3}$.

En la otra inecuación se tiene que:

$$\frac{1}{x+2} > 1$$

$$\frac{1}{x+2} - 1 > 0$$

$$\frac{-x-1}{x+2} > 0$$

Para que la fracción de esta inecuación sea mayor que cero, se debe cumplir que el numerador y el denominador deben ser mayores que cero o bien, ambos menores que cero. Si se cumple que ambos son mayores que cero se tiene:

$$\begin{array}{rcr} -x - 1 > 0 & \text{y} & x + 2 > 0 \\ -x > 1 & \text{y} & x > -2 \\ x < -1 & \text{y} & x > -2 \end{array}$$

por lo tanto, $-2 < x < -1$

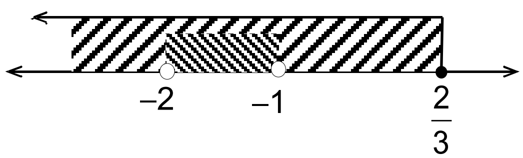
O bien, si se cumple que ambos son menores que cero se tiene:

$$\begin{array}{rcr} -x - 1 < 0 & \text{y} & x + 2 < 0 \\ -x < 1 & \text{y} & x < -2 \\ x > -1 & \text{y} & x < -2 \end{array}$$

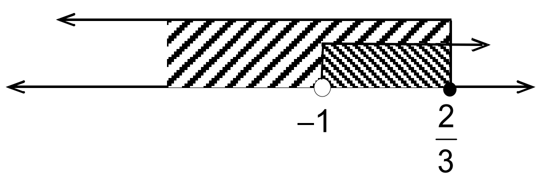
en este caso la solución es vacía, ya que no existen números que sean mayores que -1 y menores que -2 a la vez.

Así, la solución de la inecuación $\dfrac{-x-1}{x+2} > 0$, corresponde a los valores de x tales que $-2 < x < -1$.

Finalmente, la intersección de los conjuntos solución de las dos inecuaciones del sistema es $-2 < x < -1$, como se representa en la siguiente figura:



Luego, la clave es B) y el distractor con mayor frecuencia fue E), con una adhesión del 17%, posiblemente quienes lo marcaron resolvieron la inecuación $\dfrac{-x-1}{x+2} > 0$, despejando de forma errónea x en la inecuación $-x - 1 > 0$, obteniendo que $x > -1$, por lo que determinaron que la solución de la inecuación $\dfrac{-x-1}{x+2} > 0$ era $x > -1$, de manera que al intersectar los conjuntos solución de las dos inecuaciones del sistema llegaron a que $-1 < x \leq \dfrac{2}{3}$, como se representa en la siguiente figura:



PREGUNTA 28

En un Δ ABC, BC = m, AC = x y AB = 2x – 1. Si $x \geq 1$, entonces m pertenece al intervalo

A) $\left]x-1,\ 3x-1\right[$
B) $\left[x,\ 2x-1\right]$
C) $\left]0,\ 3x-1\right[$
D) $\left[1,\ 3x-1\right[$
E) $\left[x,\ 3x-1\right[$

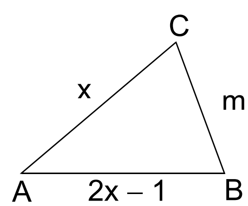
FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Álgebra
Área Temática: Álgebra
Nivel: Cuarto Medio
Objetivo Fundamental: Modelar situaciones o fenómenos cuyo modelo resultante sea la función potencia, inecuaciones lineales y sistemas de inecuaciones.
Contenido: Resolución de problemas asociados a sistemas de inecuaciones lineales con una incógnita.
Habilidad Cognitiva: Análisis, síntesis y evaluación
Clave: A

COMENTARIO

El postulante para dar respuesta al ítem debe analizar las condiciones que se deben cumplir para que el triángulo ABC sea construible y así resolver este problema geométrico, planteando y resolviendo un sistema de inecuaciones lineales literales.

Con los datos dados en el enunciado se puede representar el triángulo ABC, como se muestra a continuación:



Se debe recordar que en todo triángulo se cumple la desigualdad triangular entre las medidas de los lados del triángulo, la que indica que la medida de cada lado del triángulo es siempre menor que la suma de las medidas de los otros dos lados.

Por la propiedad anterior se tiene que AC < AB + CB, que es lo mismo que $x < m + 2x - 1$, de donde se obtiene que $m > -x + 1$ y como $x \geq 1$, la expresión $-x + 1$ es negativa, ahora se tiene que CB < AC + AB, que es equivalente a $m < 3x - 1$ y AB < AC + BC, que corresponde a $2x - 1 < x + m$, de donde se obtiene $m > x - 1$, con $(3x - 1)$ y $(x - 1)$ números positivos.

En consecuencia, m es mayor que $x - 1$ y menor que $3x - 1$, es decir, pertenece al intervalo $]x-1,\ 3x-1[$, el que se encuentra en la opción A).

El distractor con mayor adhesión es D), el 10% de los postulantes seleccionaron dicha opción. Es probable que aquellos que seleccionaron este distractor cometieran el error de considerar, como condición que $m \geq 1$, ya que $x \geq 1$ según el enunciado, luego el intervalo al que pertenecería m es $[1,\ 3x-1[$.

PREGUNTA 29

Un técnico cobra un cargo fijo de \$ 17.000 más \$ 1.500 por hora de trabajo. ¿Cuál de las siguientes funciones modela el cobro, en pesos, para un trabajo de n horas de este técnico?

A) g(n) = 17.000n + 1.500
B) f(n) = 17.000 + 1.500n
C) h(n) = 18.500n
D) p(n) = 17.000 · 1.500n
E) q(n) = n + 18.500

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Álgebra
Área Temática: Funciones
Nivel: Primero Medio
Objetivo Fundamental: Transformar expresiones algebraicas no fraccionarias utilizando diversas estrategias y utilizar las funciones lineales y afines como modelos de situaciones o fenómenos y representarlas gráficamente en forma manual.
Contenido: Interpretación de la función afín y análisis de las situaciones que modela.
Habilidad Cognitiva: Comprensión
Clave: B

COMENTARIO

Para resolver el ítem el postulante debe comprender el enunciado e interpretarlo mediante el modelamiento de una función afín.

Así, del enunciado se tiene que el cargo fijo de la tarifa del técnico es de \$ 17.000 y el cargo variable es de \$ 1.500 por hora de trabajo, luego el cobro total para un trabajo de n horas está dado por la función

$$\underbrace{f(n)}_{\text{Cobro total}} = \underbrace{17.000}_{\text{Cargo fijo}} + \underbrace{1.500n}_{\text{Cargo variable}}$$

por lo que, la función que modela la situación planteada en el enunciado se encuentra en la opción B).

El distractor con mayor frecuencia es D), con un 4% de las preferencias. Es probable que los postulantes que lo seleccionaron, consideraran que el cobro total del técnico correspondía al producto entre el cargo fijo y el cargo variable, es decir, p(n) = 17.000 · 1.500n.

PREGUNTA 30

Sean f y g funciones, tales que, $g(x) = 1$, para $x \geq 2$; $g(x) = -1$, para $x < 2$ y $f(x) = \sqrt{x}$, para $x \geq 0$. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) $f(g(x))$ solo está definida para $x \geq 2$.
II) $g(f(x))$ está definida para todos los números reales.
III) $f(g(4)) = g(f(4))$

A) Solo I
B) Solo II
C) Solo III
D) Solo I y III
E) I, II y III

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Álgebra
Área Temática: Funciones
Nivel: Primero Medio
Objetivo Fundamental: Comprender los conceptos y propiedades de la composición de funciones.
Contenido: Composición de funciones.
Habilidad Cognitiva: Análisis, síntesis y evaluación
Clave: D

COMENTARIO

Este ítem apunta al estudio de la composición de funciones y para resolverlo el postulante debe analizar cada una de las afirmaciones y determinar su veracidad.

En I), se afirma que $f(g(x))$ está definida solo para aquellos valores de x mayores o igual que 2, lo cual es verdadero, ya que $f(g(x)) = \sqrt{g(x)}$ y por lo tanto, es necesario que $g(x) \geq 0$ para que exista $f(g(x))$, lo cual ocurre solo para $x \geq 2$.

En II), se afirma que $g(f(x))$ está definida para todos los números reales, lo cual es falso, ya que $g(f(x)) = g\left(\sqrt{x}\right)$, luego la expresión $g(f(x))$ no se encuentra definida para todos los números reales, dado que se requiere que $x \geq 0$ para la existencia de $\sqrt{x}$ en los números reales.

En III), se afirma que $f(g(4)) = g(f(4))$, lo cual es verdadero pues $f(g(4)) = f(1) = 1$ y $g(f(4)) = g(2) = 1$.

Ya que las afirmaciones dadas en I) y en III) son verdaderas, la opción correcta es D). El distractor con la mayor preferencia fue C), con una adhesión del 14%. Los postulantes que seleccionaron dicho distractor quizás asumieron que el dominio de la composición de funciones $f(g(x))$ corresponde al dominio de la función f.

PREGUNTA 31

Sea p un número real distinto de cero y f la función definida por f(x) = px, con dominio los números reales. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**, con respecto a f, para algún valor de p?

A) La imagen de la suma de dos números reales es la suma de sus imágenes.
B) La preimagen de un número entero es un número entero.
C) La preimagen del cero es el cero.
D) La imagen del doble de un número es el doble de la imagen del número.
E) La imagen de p es un número real no negativo.

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje temático: Álgebra
Área temática: Funciones
Nivel: Primero Medio
Objetivo Fundamental: Transformar expresiones algebraicas no fraccionarias utilizando diversas estrategias y utilizar las funciones lineales y afines como modelos de situaciones o fenómenos y representarlas gráficamente en forma manual.
Contenido: Función lineal.
Habilidad Cognitiva: Comprensión
Clave: B

COMENTARIO

El contenido involucrado en este ítem tiene relación con la función lineal y requiere para su resolución, comprender los conceptos de imagen y preimagen de una función.

Así, para determinar cuál afirmación es falsa de las dadas en las opciones, las que están referidas a la función f(x) = px, con p un número real distinto de cero, se debe tener en consideración que x representa los valores que pueden tomar las preimagenes de esta función y f(x) representa a las imágenes.

Al interpretar la afirmación dada en A) se tiene que f(x + y) = f(x) + f(y), con x e y números reales, lo cual es verdadero, ya que f(x + y) = p(x + y) = px + py = f(x) + f(y).

En B), se plantea que si f(x) es un número entero, entonces x es un número entero, lo que es falso, pues si f(x) = px es un número entero, no siempre implica que x sea un número entero, por ejemplo, cuando px = 1 y p = 5, se tiene que x = $\frac{1}{5}$, valor que no es un número entero.

Ahora, en C) se dice que para f(x) = 0, se tiene que x = 0, afirmación que es verdadera, porque si f(x) = 0, implica que px = 0 y como p $\neq$ 0, se tiene que x = 0.

Por su parte, la afirmación en D) establece que f(2x) = 2f(x), relación que es verdadera, ya que f(2x) = p·2x = 2px = 2f(x).

Por último, la afirmación en E) plantea que f(p) es un número real no negativo, lo cual es verdadero, pues f(p) = p·p = p^2 y cualquier número real distinto de cero al cuadrado da como resultado siempre un número positivo.

Por el desarrollo anterior, la clave de esta pregunta es B) y los que erraron la respuesta se distribuyeron en forma muy similar entre todos los distractores, siendo el distractor E) el de mayor frecuencia, con un 17%, posiblemente consideraron los valores que podía tomar p (cualquier número real distinto de cero) y no los valores que podía tomar la imagen de p.

PREGUNTA 32

Si f(x) = $\sqrt{x^2 + 5} + \sqrt{x^2}$, entonces f(–2) es igual a

A) 5
B) 1
C) –1
D) 3
E) ninguno de los valores anteriores.

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Álgebra
Área temática: Funciones
Nivel: Segundo Medio
Objetivo Fundamental: Utilizar las funciones exponencial, logarítmica y raíz cuadrada como modelos de situaciones o fenómenos en contextos significativos y representarlas gráficamente en forma manual.
Contenido: Función raíz cuadrada.
Habilidad Cognitiva: Aplicación
Clave: A

COMENTARIO

El ítem apunta al contenido de la función raíz cuadrada, donde el postulante debe determinar la imagen de –2 a través de la función dada en el enunciado, esto es, se debe evaluar el valor –2 en la función f(x) = $\sqrt{x^2 + 5} + \sqrt{x^2}$. En efecto,

$f(-2) = \sqrt{(-2)^2 + 5} + \sqrt{(-2)^2} = \sqrt{9} + \sqrt{4} = 3 + 2 = 5$, valor que se encuentra en la opción A).

En relación a los distractores, el más seleccionado fue B), con una adhesión del 5%, posiblemente los postulantes que lo marcan cometen el error de simplificar el índice de la raíz con el exponente de la potencia, es decir, $f(x) = \sqrt{x^2 + 5} + \sqrt{x^2} = x + 5 + x = 2x + 5$, luego al determinar la imagen de -2 resulta $f(-2) = 2 \cdot -2 + 5 = 1$.

PREGUNTA 33

Sea la función f definida por $f(x) = x^2 + 2ax - 1$, con $a \neq 0$ y dominio el conjunto de los números reales. El valor de x donde la función alcanza su valor mínimo es

A) -1
B) $3a^2 - 1$
C) a
D) $-a^2 - 1$
E) $-a$

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Álgebra
Área Temática: Funciones
Nivel: Tercero Medio
Objetivo Fundamental: Modelar situaciones o fenómenos cuyos modelos resultantes sean funciones cuadráticas.
Contenido: Función cuadrática.
Habilidad Cognitiva: Comprensión
Clave: E

COMENTARIO

En este caso, la pregunta está referida a la función cuadrática, en particular el postulante debe comprender que el valor de x donde la función alcanza su valor mínimo corresponde a la primera coordenada del vértice de la parábola que representa a la función.

Así, para una función cuadrática de la forma $f(x) = px^2 + qx + r$, su vértice tiene coordenadas $\left(\frac{-q}{2p}, f\left(\frac{-q}{2p}\right)\right)$, luego para la función dada en el enunciado la primera coordenada del vértice es $\frac{-q}{2p} = \frac{-2a}{2} = -a$, expresión que se encuentra en la opción E).

Los distractores más seleccionados fueron A) con un 13% de las preferencias y D) con un 12%. En el primer caso, es posible que los postulantes se confundieran con la segunda coordenada del punto donde la gráfica intersecta al eje y. En el segundo caso, puede ser que hayan considerado la segunda coordenada del vértice, en efecto, $f(-a) = (-a)^2 + 2a \cdot -a - 1 = -a^2 - 1$.

PREGUNTA 34

¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s), con respecto a las funciones de la forma $f(x) = x^2 - p$, con dominio los números reales?

I) Si $p > 0$, entonces la gráfica de f intersecta al eje x en un solo punto.
II) Si $p < 0$, entonces la gráfica de f no intersecta al eje x.
III) Si $p < 0$, entonces la ordenada del punto donde la gráfica de f intersecta al eje y es positiva.

A) Solo I
B) Solo II
C) Solo I y II
D) Solo II y III
E) I, II y III

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Álgebra
Área temática: Funciones
Nivel: Tercero Medio
Objetivo Fundamental: Modelar situaciones o fenómenos cuyos modelos resultantes sean funciones cuadráticas.
Contenido: Condiciones que debe cumplir la función cuadrática para que su gráfica intersecte a los eje coordenados.
Habilidad Cognitiva: Análisis, síntesis y evaluación
Clave: D

COMENTARIO

Al igual que la pregunta anterior, ésta también apunta al contenido de la función cuadrática. En este caso, para responderla, el postulante debe analizar la gráfica de la función dada en el enunciado, $f(x) = x^2 - p$, para los distintos valores que puede tomar p.

Así, si $p > 0$, entonces $-p < 0$, luego la gráfica de f es la parábola asociada a $g(x) = x^2$ trasladada verticalmente hacia abajo en p unidades, como se muestra en la figura (1), y si $p < 0$, entonces $-p > 0$, lo que implica que la gráfica de f corresponde a la gráfica de g trasladada verticalmente hacia arriba en $-p$ unidades, tal como se observa en la figura (2).

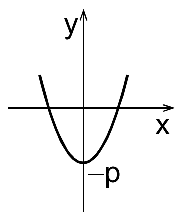


figura (1)

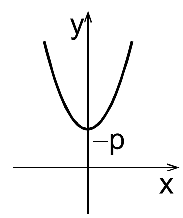


figura (2)

Si $p > 0$, entonces de la figura (1) se tiene que la gráfica de f intersecta al eje x en dos puntos, por lo que la afirmación en I) es falsa.

Ahora, si $p < 0$, entonces de la figura (2) se obtiene que la gráfica de f no intersecta el eje x, lo que indica que la afirmación en II) es verdadera. Además, en esta figura se observa que la parábola asociada a f intersecta al eje y en el punto $(0, -p)$, donde $-p > 0$, luego la afirmación en III) es también verdadera.

Como solo las afirmaciones II) y III) son verdaderas, se tiene que la clave es D). Los postulantes que erraron la respuesta se distribuyeron en forma muy parecida entre los distractores, siendo la opción A) la más seleccionada, con un 8% de adhesión. Quizás cuando $p > 0$ trasladaron la gráfica de g horizontalmente hacia la derecha y cuando $p < 0$ la trasladaron en sentido contrario, obteniendo así, que la afirmación en I) era verdadera y que la afirmación en II) era falsa, además consideraron que $-p$ era siempre un número negativo, por lo que la afirmación en III) era falsa.

PREGUNTA 35

Sean las funciones $f(x) = x^4$ y $g(x) = x^2$, con dominio el conjunto de los números reales. ¿Cuál es el menor conjunto que contiene a todos los números reales que satisfacen la desigualdad $f(x) \leq g(x)$?

A) IR
B) $]-\infty, -1[\cup]1, \infty[$
C) $]-1, 1[$
D) $[0, 1]$
E) $[-1, 1]$

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

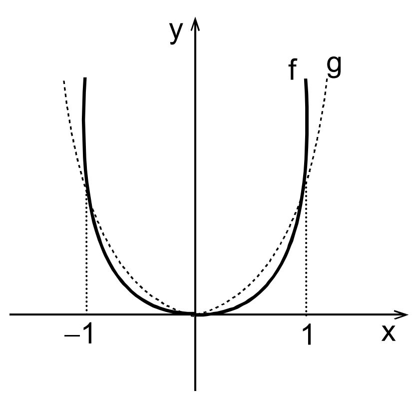
Eje Temático: Álgebra
Área Temática: Función
Nivel: Cuarto Medio
Objetivo Fundamental: Modelar situaciones o fenómenos cuyo modelo resultante sea la función potencia, inecuaciones lineales y sistemas de inecuaciones.
Contenido: Función potencia.
Habilidad Cognitiva: Análisis, síntesis y evaluación
Clave: E

COMENTARIO

El ítem evalúa el contenido que tiene relación con la función potencia, donde el postulante puede analizar en un mismo plano cartesiano la gráfica de cada una de las funciones dadas en el enunciado, $f(x) = x^4$ y $g(x) = x^2$, con el fin de establecer el menor conjunto de todos los números reales x, tal que $f(x) \leq g(x)$.

En efecto, en la siguiente figura se muestra la gráfica de las dos funciones mencionadas, acompañada de una tabla donde aparecen algunos valores que toman las funciones de acuerdo a un mismo valor de x:

x	f(x)	g(x)
–2	16	4
–1	1	1
$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$
0	0	0
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$
1	1	1
2	16	4



Así, de esta tabla y de esta figura se puede concluir que:

- Para $x < -1$ y $x > 1$, $f(x) > g(x)$
- Para $-1 \leq x \leq 1$, $f(x) \leq g(x)$

De lo anterior, se tiene que para todos los valores de x, que están entre el -1 y el 1, ambos valores incluidos, se verifica que $f(x) \leq g(x)$, es decir, para todos los valores de x pertenecientes al intervalo $[-1,\ 1]$.

O bien, otra manera de encontrar el menor conjunto que contiene a todos los números reales que satisfacen la desigualdad $f(x) \leq g(x)$, se puede resolver la inecuación $x^4 \leq x^2$, de donde $x^2(x^2 - 1) \leq 0$ y como x^2 siempre es mayor o igual a cero, se tiene que $(x^2 - 1) \leq 0$, que es equivalente a $(x - 1)(x + 1) \leq 0$, donde un factor es mayor o igual a cero y el otro es menor o igual a cero, es decir, $(x - 1) \geq 0$ y $(x + 1) \leq 0$, cuya solución es vacía ó $(x - 1) \leq 0$ y $(x + 1) \geq 0$, obteniéndose que la solución es $[-1,\ 1]$, el cual se encuentra en la opción E).

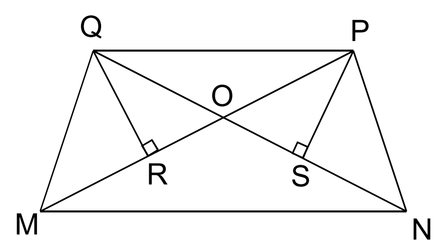
El distractor con mayor frecuencia fue B), con una adhesión del 13%, posiblemente grafican en forma errónea las funciones f y g dejándolas en forma inversa a lo que se observa en la figura, es decir, a f le asignan la gráfica de g y a ésta la gráfica de f, luego la relación dada en el enunciado se verifica para el conjunto $]-\infty, -1[\ \cup\ ]1, \infty[$.

PREGUNTA 36

En la figura 1, MNPQ es un trapecio isósceles, S pertenece a $\overline{QN}$ y R pertenece a $\overline{MP}$. Si O es la intersección de las diagonales, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **siempre** verdadera(s)?

I) Δ MRQ $\cong$ Δ NSP
II) Δ OSP $\cong$ Δ NSP
III) Δ MOQ $\cong$ Δ NOP

fig. 1



A) Solo II
B) Solo I y II
C) Solo I y III
D) Solo II y III
E) I, II y III

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Geometría
Área Temática: Geometría Proporcional
Nivel: Primero Medio
Objetivo Fundamental: Conocer y utilizar conceptos y propiedades asociados al estudio de la congruencia de figuras planas, para resolver problemas y demostrar propiedades.
Contenido: Congruencia de figuras planas.
Habilidad Cognitiva: Comprensión
Clave: C

COMENTARIO

Esta pregunta tiene relación con la congruencia de triángulos, donde el postulante debe comprender los criterios de congruencia de triángulos para verificar la veracidad de las congruencias planteadas en las afirmaciones I), II) y III).

Del enunciado se tiene que MNPQ es un trapecio isósceles, por lo tanto, $\overline{MN} // \overline{PQ}$, MQ = NP, MP = NQ, ∢ QMN = ∢ PNM y ∢ MQP = ∢ NPQ.

Para verificar la congruencia dada en I) de la figura, se tiene que Δ MNP ≅ Δ NMQ, por el criterio de congruencia LLL, luego ∢ PMN = ∢ QNM, por lo que ∢ QMR = ∢ PNS y además, se tiene que ∢ MRQ = ∢ PSN = 90°, llegando a que ∢ MQR = ∢ NPS. Así, por el criterio de congruencia ALA, se obtiene que Δ MRQ ≅ Δ NSP, lo que implica que la congruencia en I) es verdadera.

Por otro lado, se tiene que los triángulos OSP y NSP, no necesariamente son congruentes, pues solo se puede afirmar que ∢ PSO = ∢ PSN = 90° y que $\overline{PS}$ es un lado común a ambos triángulos, pero no se puede establecer otra igualdad entre las medidas de los ángulos o congruencia entre los lados de los triángulos, luego la congruencia planteada en II) no es siempre verdadera.

Por último, para verificar la congruencia dada en III), ya se vió que ∢ QMR = ∢ PNS y que MQ = NP. Ahora, como ∢ OMN = ∢ ONM, entonces el Δ MNO es isósceles de base $\overline{MN}$ y por lo tanto, OM = ON, luego Δ MOQ ≅ Δ NOP, por el criterio de congruencia LAL, por lo que la congruencia en III) es verdadera.

Como solo son siempre verdaderas las congruencias dadas en I) y en III), se tiene que la clave es C).

El distractor más marcado fue E) con una adhesión del 16%, quizás los postulantes que lo seleccionaron pensaron que el segmento PS era la bisectriz del ∢ OPN y así determinaron que ∢ OPS = ∢ NPS, que junto a las igualdades planteadas anteriormente permiten concluir que Δ OSP ≅ Δ NSP, a través del criterio de congruencia ALA, pero no se dieron cuenta que esta congruencia se cumple solo para un caso particular.

PREGUNTA 37

Al punto (6, –4) se le aplica una traslación obteniendo el punto (12, –8). Si al punto (–3, 5) se le aplica la misma traslación, entonces se obtiene el punto

A) (–6, 10)
B) (–9, 9)
C) (9, –3)
D) (3, 1)
E) (6, 9)

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Geometría

Área Temática: Geometría Posicional y Métrica

Nivel: Primero Medio

Objetivo Fundamental: Identificar regularidades en la realización de transformaciones isométricas en el plano cartesiano, formular y verificar conjeturas respecto de los efectos de la aplicación de estas transformaciones sobre figuras geométricas y utilizar la composición de funciones para resolver problemas relacionados con las transformaciones isométricas.

Contenido: Traslación de puntos en el plano cartesiano.

Habilidad Cognitiva: Aplicación

Clave: D

COMENTARIO

La traslación en el plano cartesiano, es el contenido evaluado por este ítem. Para su resolución el postulante debe recordar que para trasladar un punto (a, b) según el vector de traslación (v, w) se deben sumar las coordenadas respectivas del punto y del vector, es decir, (a + v, b + w).

Ahora, se debe determinar el vector de traslación que permite mover el punto (6, –4) al punto (12, –8), para luego aplicar una traslación según este vector al punto (–3, 5).

En efecto, si (x, y) es el vector de traslación, se tiene que (6, –4) + (x, y) = (12, –8), de donde se obtiene que (x, y) = (12, –8) – (6, –4) = (6, –4). Ahora, al trasladar el punto (–3, 5) según este vector, se llega al punto (3, 1), que se encuentra en la opción D).

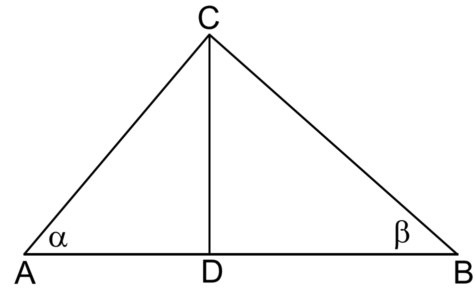
El distractor A) fue el más marcado, con el 27% de las preferencias, posiblemente los postulantes pensaron que para trasladar el punto (6, –4) al punto (12, –8) se debía multiplicar las coordenadas del primer punto por 2, luego al hacer lo mismo con las coordenadas del punto (–3, 5) se obtiene que las coordenadas del punto trasladado son (–6, 10).

PREGUNTA 38

En la figura 2, $\overline{CD}$ es una altura del triángulo ABC. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones **NO** permite concluir que el triángulo ADC sea congruente con el triángulo BDC?

A) $\alpha = \beta$
B) D es el punto medio de $\overline{AB}$.
C) $\alpha + \beta = 90°$
D) AC = CB
E) $\overline{CD}$ es un eje de simetría del triángulo ABC.

fig. 2



FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Geometría
Área Temática: Geometría Proporcional
Nivel: Primero Medio
Objetivo Fundamental: Conocer y utilizar conceptos y propiedades asociados al estudio de la congruencia de figuras planas, para resolver problemas y demostrar propiedades.
Contenido: Congruencia de figuras planas.
Habilidad Cognitiva: Análisis, síntesis y evaluación
Clave: C

COMENTARIO

En este ítem, el postulante debe analizar las condiciones mínimas que se necesitan para determinar la congruencia entre dos triángulos, en este caso entre el Δ ADC y el Δ BDC.

Del enunciado se sabe que, como $\overline{CD}$ es altura del triángulo ABC, entonces $\sphericalangle$ ADC = $\sphericalangle$ BDC = 90° y de la figura se tiene que el segmento CD es común a los dos triangulos.

En A), se afirma que $\alpha = \beta$, luego el Δ ABC es isósceles de base $\overline{AB}$ y por lo tanto, el segmento CD es bisectriz del $\sphericalangle$ ACB, de modo que $\sphericalangle$ ACD = $\sphericalangle$ BCD, de tal manera, por el criterio de congruencia ALA se puede concluir la congruencia entre los triángulos ADC y BDC.

En B), se dice que D es el punto medio de $\overline{AB}$, luego AD = DB, de esta forma, por el criterio LAL se puede concluir que los triángulos ADC y BDC son congruentes.

En C), se indica que $\alpha + \beta = 90°$, lo que no permite concluir que los triángulos analizados sean congruentes, ya que con esta condición solo se puede asegurar que los triángulos son semejantes, por ejemplo, el triángulo ABC puede tener como medidas de sus lados 3 cm, 4 cm y 5 cm.

En D), se plantea que AC = CB, luego el Δ ABC es isósceles de base $\overline{AB}$ y por el mismo análisis realizado en A), se puede concluir la congruencia entre los triángulos ADC y BDC.

Por último, en E) se afirma que $\overline{CD}$ es un eje de simetría del triángulo ABC y por lo tanto, se puede concluir que los triángulos son congruentes, ya que la definición de eje de simetría de una figura, plantea que éste divide a la figura en dos figuras congruentes.

Por el análisis anterior, se tiene que la clave es C) y el distractor más seleccionado fue E), con una adhesión del 14%. Es posible que los postulantes que marcaron esta opción desconocieran el concepto de eje de simetría y no fueron capaces de encontrar ángulos y lados correspondientes entre los triángulos analizados.

PREGUNTA 39

Dados $\vec{v}$ = (m, 2) y $\vec{u}$ = (3, 4), ¿cuál de los siguientes números puede ser el valor de m para que la longitud de $\vec{v}$ sea el doble de la longitud de $\vec{u}$?

A) $\sqrt{96}$
B) $\sqrt{104}$
C) $\sqrt{46}$
D) $\sqrt{21}$
E) 1

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Geometría
Área Temática: Geometría Posicional y Métrica
Nivel: Primero Medio
Objetivo Fundamental: Identificar regularidades en la realización de transformaciones isométricas en el plano cartesiano, formular y verificar conjeturas respecto de los efectos de la aplicación de estas transformaciones sobre figuras geométricas.
Contenido: Vectores en el plano cartesiano.
Habilidad Cognitiva: Aplicación
Clave: A

COMENTARIO

En este caso, la pregunta apunta al contenido de vectores en el plano cartesiano, donde el postulante debe aplicar el concepto de longitud de un vector para determinar el valor de una de las componentes del vector v, dada la relación planteada en el enunciado.

Así, la longitud de un vector (x, y) está dada por la fórmula $\sqrt{x^2 + y^2}$, luego la relación dada en el enunciado que dice que la longitud de $\vec{v}$ es el doble de la longitud de $\vec{u}$, queda representada por la ecuación $\sqrt{m^2 + 4} = 2\cdot\sqrt{9 + 16}$, que permite determinar el valor de m y cuya resolución es:

$$\sqrt{m^2 + 4} = 2\cdot\sqrt{9 + 16}$$
$$\sqrt{m^2 + 4} = 10$$
$$m^2 + 4 = 100$$
$$m^2 = 96$$

donde m puede ser $\sqrt{96}$ ó $-\sqrt{96}$, luego en la opción A) se encuentra $\sqrt{96}$.

El 10% de los postulantes marcó el distractor B), convirtiéndose éste en el más seleccionado, posiblemente estos postulantes plantearon bien la ecuación, pero se equivocaron en su desarrollo, en efecto, en la resolución antes descrita se equivocan en el tercer paso, es decir, a continuación de $m^2 + 4 = 100$ colocan $m^2 = 104$, obteniendo que m puede ser $\sqrt{104}$ ó $-\sqrt{104}$.

PREGUNTA 40

Dos vértices de un cuadrado son los puntos (0, 0) y (3, 4). ¿Cuál de los siguientes puntos **NO** puede ser otro de los vértices del cuadrado?

A) (4, –3)
B) (7, 1)
C) (5, 0)
D) (–4, 3)
E) (–1, 7)

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

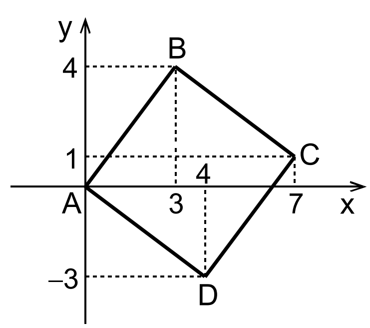
Eje Temático: Geometría
Área Temática: Geometría Posicional y Metrica
Nivel: Primero Medio
Objetivo Fundamental: Identificar regularidades en la realización de transformaciones isométricas en el plano cartesiano, formular y verificar conjeturas respecto de los efectos de la aplicación de estas transformaciones sobre figuras geométricas.
Contenido: Ubicación de puntos en el plano cartesiano.
Habilidad Cognitiva: Análisis, síntesis y evaluación
Clave: C

COMENTARIO

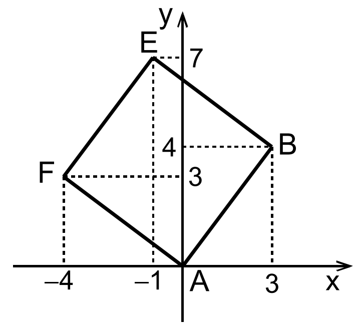
El ítem apunta a la representación de puntos y figuras en el plano cartesiano. Para resolverlo el postulante debe ser capaz de analizar, en el plano cartesiano, las distintas posiciones que tiene el cuadrado que se puede formar, teniendo como dos de sus vértices los puntos dados en el enunciado.

De esta forma, si se designa por A y B a los puntos (0, 0) y (3, 4), respectivamente, y al ubicar estos puntos en el plano cartesiano, se tiene que los únicos cuadrados que se pueden construir teniéndolos como vértices son dos que tienen al segmento AB como lado y uno que tiene a este segmento como diagonal, como se desarrolla en los párrafos siguientes.

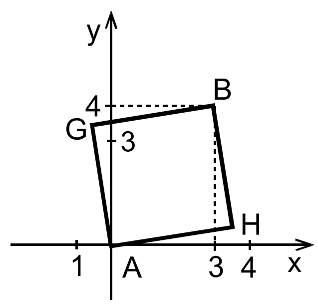
Si el punto B se rota en 90° con centro en A, en sentido horario, se obtiene el punto D(4, –3), tal que $\overline{AB} \cong \overline{AD}$ y $\measuredangle$ BAD = 90°. Ahora, si el punto A se rota en 90° con centro en B, en sentido antihorario se llega al punto C(7, 1), de donde se obtiene que $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ y $\measuredangle$ ABC = 90°. Luego, como $\measuredangle$ ABC = $\measuredangle$ BAD = 90°, entonces $\overline{BC}$ // $\overline{AD}$, lo que implica que $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ y por lo tanto, ABCD es un cuadrado, como se muestra en la figura que aparece a continuación. Así, los puntos D(4, –3) y C(7, 1) pueden ser vértices de un cuadrado que tiene por vértices los puntos dados en el enunciado, por lo que se descartan las opciones A) y B).



De forma análoga, se puede formar el cuadrado ABEF de la figura que se muestra a continuación, realizando rotaciones similares a las mencionadas en el párrafo anterior, pero cada una de ellas en sentidos contrarios, luego los puntos E(–1, 7) y F(–4, 3) también pueden ser vértices de un cuadrado que tiene por vértices los puntos A y B, por lo que se descartan las opciones D) y E).



El tercer cuadrado que se puede formar con los vértices A y B, es el que tiene por diagonal a $\overline{AB}$, como el que se muestra a continuación, donde por el teorema de Pitágoras se puede determinar que AB = 5 y se tiene que $BG^2 + AG^2 = AB^2$, ahora como se debe cumplir que BG = AG, se llega a que $2BG^2 = 25$, obteniéndose que BG = $\frac{5\sqrt{2}}{2}$, por lo que se puede concluir que las coordenadas de los puntos H y G no pueden ser valores enteros, lo cual implica que el punto (5, 0) no puede ser vértice de un cuadrado que tiene por vértices los puntos dados en el enunciado.



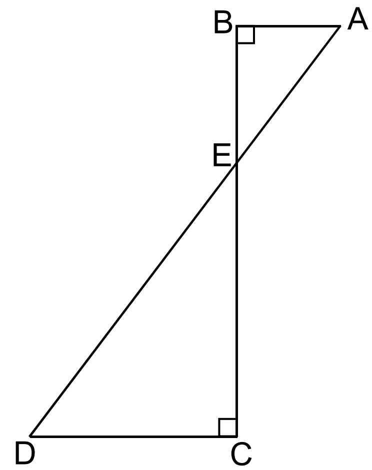
Del análisis anterior, la clave es C) y en relación a los distractores, los postulantes que erraron la respuesta se distribuyeron de manera muy similar entre todos ellos, lo más probable es que estos postulantes se equivocan en la ubicación de los puntos en el plano cartesiano.

PREGUNTA 41

En la figura 3, AB = 6 cm, AE = 10 cm y BC = 24 cm. La medida de $\overline{AD}$ es

A) 20 cm
B) 30 cm
C) $\frac{110}{3}$ cm
D) $\frac{114}{5}$ cm
E) $\frac{80}{3}$ cm

fig. 3



FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Geometría
Área Temática: Geometría Proporcional
Nivel: Segundo Medio
Objetivo Fundamental: Comprender conceptos, propiedades, identificar invariantes y criterios asociados al estudio de la semejanza de figuras planas y sus aplicaciones a los modelos a escala.
Contenido: Criterios de semejanza de triángulos.
Habilidad Cognitiva: Aplicación
Clave: B

COMENTARIO

El contenido involucrado en este ítem es la aplicación de los criterios de semejanza de triángulos. En efecto, en la figura se tiene que los triángulos ABE y DCE son semejantes por el criterio AA (ángulo-ángulo), pues ambos tienen un ángulo de 90° y ángulo DEC es igual al ángulo AEB, ya que son ángulos opuestos por el vértice, por lo que las razones entre los lados homólogos son iguales, es decir, $\frac{AB}{DC} = \frac{BE}{CE} = \frac{AE}{DE}$.

Como AB = 6 cm y AE = 10 cm, por el Teorema de Pitágoras se tiene que BE = 8 cm. Ahora, BC = 24 cm y BC = BE + CE, es decir, 24 = 8 + CE, de donde CE = 16 cm. A continuación, se reemplazan los valores en la igualdad $\frac{AE}{DE} = \frac{BE}{CE}$ obteniendo

$\frac{10}{DE} = \frac{8}{16}$, llegando a DE = 20 cm y como se pide la medida del segmento AD se tiene AD = AE + DE teniendo AD = 10 + 20 = 30 cm, resultado que se encuentra en la opción B).

El distractor más marcado fue A) con un 14% de las preferencias, probablemente los postulantes plantearon la siguiente igualdad $\frac{BE}{CE} = \frac{AE}{AD}$, reemplazando los valores se tiene $\frac{8}{16} = \frac{10}{AD}$, luego AD = 20 cm.

PREGUNTA 42

En la figura 4, AC = 24 cm y AC : AD = 2 : 3. La medida del segmento CD es igual a

A) 12 cm
B) 14,4 cm
C) 16 cm
D) 36 cm
E) ninguno de los valores anteriores.

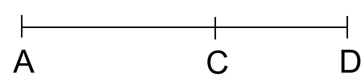


fig. 4

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Geometría
Área Temática: Geometría Proporcional
Nivel: Segundo Medio
Objetivo Fundamental: Comprender conceptos, propiedades, identificar invariantes y criterios asociados al estudio de la semejanza de figuras planas y sus aplicaciones a los modelos a escala.
Contenido: División interior de una trazo en una razón dada.
Habilidad Cognitiva: Aplicación
Clave: A

COMENTARIO

Para resolver la pregunta el postulante puede aplicar la división interior de un trazo en una razón dada, en este caso en particular debe encontrar la medida de un segmento dada una relación entre los trazos obtenidos de la división.

Así, del enunciado se tiene que AC = 24 cm y AC : AD = 2 : 3, luego, 24 : AD = 2 : 3, obteniendo que AD = $\frac{24 \cdot 3}{2}$ = 36 cm. Ahora, como AD = AC + CD, se tiene que 36 = 24 + CD, llegando a CD = 12 cm, por lo que la clave es A).

D) fue el distractor de mayor preferencia con un 19%, probablemente quienes marcaron esta opción encuentran la medida del segmento AD sin fijarse en que se pedía la medida del segmento CD.

PREGUNTA 43

Si Δ ABC $\sim$ Δ DEF, donde $\overline{AB}$ es homólogo con $\overline{DE}$, AB = a cm y DE = 3a cm, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **siempre** verdadera?

A) Si el área del triángulo ABC es 16 cm^2, entonces el área del triángulo DEF es 48 cm^2.
B) $3 \cdot \measuredangle$ ABC = $\measuredangle$ DEF
C) El perímetro del triángulo ABC es un tercio del perímetro del triángulo DEF.
D) $\overline{AB}$ // $\overline{DE}$, $\overline{AC}$ // $\overline{DF}$ y $\overline{BC}$ // $\overline{EF}$
E) Ninguna de las anteriores.

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Geometría
Área Temática: Geometría Proporcional
Nivel: Segundo Medio
Objetivo Fundamental: Comprender conceptos, propiedades, identificar invariantes y criterios asociados al estudio de la semejanza de figuras planas y sus aplicaciones a los modelos a escala.
Contenido: Semejanza de triángulos.
Habilidad Cognitiva: Comprensión
Clave: C

COMENTARIO

El postulante para responder la pregunta debe comprender la información entregada en las opciones y determinar su veracidad tomando en consideración las propiedades de los triángulos semejantes. Además, debe recordar algunos conceptos básicos de la geometría, como es el área de triángulos y el paralelismo de segmentos.

En el enunciado se afirma que Δ ABC $\sim$ Δ DEF, con $\overline{AB}$ homólogo a $\overline{DE}$ y que AB = a cm y DE = 3a cm, lo que se traduce en que los lados del Δ ABC y los lados del Δ DEF están en la razón de proporcionalidad $\frac{1}{3}$, luego, todas las medidas lineales correspondientes de los triángulos están en esta razón.

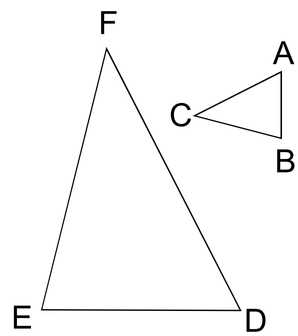
Por lo tanto, como la razón entre sus lados es $\frac{1}{3}$, se tiene que la razón entre sus áreas es $\frac{1^2}{3^2}$, es decir, $\frac{1}{9}$. Luego, si el área del triángulo ABC es 16 cm^2, entonces se obtiene la proporción $\frac{1}{9} = \frac{16}{x}$, donde x representa el área del triángulo DEF, despejando x se tiene que x = 144 cm^2. En efecto, lo anterior se puede demostrar de la siguiente manera:

Se designa por h a la altura trazada desde el vértice C del triángulo ABC al lado $\overline{AB}$ y se determina el área de este triángulo, esto es, la medida de la base $\overline{AB}$ por su altura respectiva dividido por 2, en este caso, $\frac{ah}{2}$, y como esto es igual a 16 cm^2 se tiene que ah = 32 cm^2. Ahora, como Δ ABC $\sim$ Δ DEF se tiene que la altura trazada desde el vértice F del triángulo DEF al lado $\overline{DE}$ es 3h y si se calcula su área se obtiene $\frac{3a \cdot 3h}{2}$ que es equivalente a $\frac{9ah}{2}$ y si se reemplaza ah por 32 se llega a $\frac{9 \cdot 32}{2}$ = 144 cm^2. Por lo anterior, la afirmación de A) es falsa.

Por otro lado, al analizar la opción B), como solo se sabe que los triángulos son semejantes y se da solo la correspondencia entre un par de lados, no necesariamente se cumple que $3 \cdot \measuredangle$ ABC = $\measuredangle$ DEF.

En C), como los lados de los triángulos ABC y DEF están en la razón $\frac{1}{3}$, se tiene que el perímetro del triángulo ABC es un tercio del perímetro del triángulo DEF, luego esta afirmación es siempre verdadera.

Ahora, para ver la falsedad de D) basta considerar que existen infinitas posiciones en el plano para dibujar ambos triángulos semejantes, por ejemplo pueden estar ubicados como se muestra en la siguiente figura:

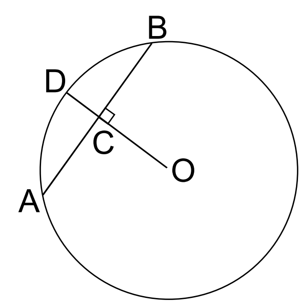


Por último E) es falsa, porque la clave es C) y el distractor más marcado fue D) con un 9%, posiblemente quienes marcaron esta opción dibujan el caso en que los triángulos tienen sus lados homólogos paralelos y esto es solo un caso de las infinitas posiciones que pueden tener los triángulos.

PREGUNTA 44

En la circunferencia de centro O y radio 12 cm de la figura 5, CD = 5 cm. ¿Cuánto mide el segmento AC?

fig. 5



A) $\sqrt{95}$ cm
B) $\sqrt{60}$ cm
C) 7 cm
D) $\sqrt{35}$ cm
E) Indeterminable con los datos dados.

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Geometría

Área Temática: Geometría Proporcional

Nivel: Segundo Medio

Objetivo Fundamental: Comprender conceptos, propiedades, identificar invariantes y criterios asociados al estudio de la semejanza de figuras planas y sus aplicaciones a los modelos a escala.

Contenido: Relaciones entre segmentos de cuerdas en una circunferencia.

Habilidad Cognitiva: Análisis, síntesis y evaluación

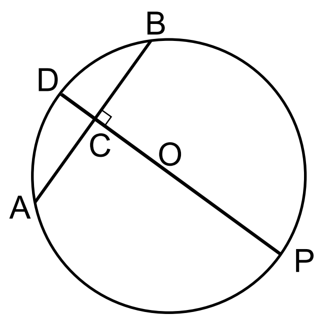
Clave: A

COMENTARIO

Para contestar la pregunta el postulante debe analizar las relaciones de semejanza que se dan entre los segmentos de cuerdas en la circunferencia de la figura.

Como en la figura el radio $\overline{OD}$ al ser perpendicular a la cuerda $\overline{AB}$ divide a ésta en dos partes iguales, es decir, AC = CB y como OD = 12 cm y CD = 5 cm, se tiene que CO = 7 cm.

Si en la figura se prolonga el radio $\overline{OD}$ hasta intersectar a la circunferencia en el punto P, se tiene el diámetro $\overline{DP}$, como se muestra en la siguiente figura:



Ahora, al aplicar el teorema de las cuerdas en la circunferencia de esta figura, esto es, $AC \cdot CB = CD \cdot CP$ y como AC = CB, se tiene $AC^2 = CD \cdot CP = CD(CO + OP)$, luego reemplazando por las medidas respectivas se obtiene $AC^2 = 5(7 + 12) = 5 \cdot 19 = 95$, llegando a que AC = $\sqrt{95}$ cm.

Por lo anterior, la clave es A) y el distractor más marcado fue C) con un 15% de las preferencias, el error que cometen probablemente los postulantes es que se dejan llevar por la figura y asumen que AC = CO = 7 cm.

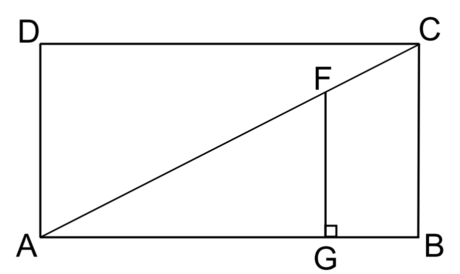
PREGUNTA 45

En el rectángulo de la figura 6 el punto G está en $\overline{AB}$ y F en la diagonal $\overline{AC}$. Si AD = 4 cm, AG = 6 cm y AB = 2AD, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) 6 : GF = 2 : BC
II) FC = $\sqrt{5}$ cm
III) Δ ACD ~ Δ FAG

A) Solo I
B) Solo II
C) Solo I y III
D) Solo II y III
E) I, II y III

fig. 6



FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Geometría
Área Temática: Geometría Proporcional
Nivel: Segundo Medio
Objetivo Fundamental: Comprender conceptos, propiedades, identificar invariantes y criterios asociados al estudio de la semejanza de figuras planas y sus aplicaciones a los modelos a escala.
Contenido: Teorema de Thales.
Habilidad Cognitiva: Aplicación
Clave: D

COMENTARIO

El postulante para resolver el ítem puede aplicar el Teorema de Thales sobre trazos proporcionales, en este caso debe aplicarlos en los trazos que se tienen en el rectángulo y para ello debe utilizar la información dada en el enunciado y calcular los trazos para verificar las relaciones dadas en I), en II) y en III).

Del enunciado se tiene que AB = 2AD, entonces AB = 8 cm. Además, AG = 6 cm y AB = AG + GB, lo que es equivalente a 8 = 6 + GB, de donde GB = 2 cm.

Como los segmentos FG y CB son paralelos, entonces se puede aplicar el Teorema de Thales a los triángulos AGF y ABC escribiendo la proporción AG : GF = AB : BC y reemplazando se tiene 6 : GF = 8 : BC, por lo que la igualdad en I) es falsa.

Ahora, por el Teorema de Pitágoras se tiene que $AB^2 + BC^2 = AC^2$, de donde AC = $\sqrt{80}$ cm, y aplicando el Teorema de Thales se llega a AB : AC = GB : FC y reemplazando por las medidas respectivas se tiene 8 : $\sqrt{80}$ = 2 : FC, de donde FC = $\dfrac{2 \cdot \sqrt{80}}{8} = \sqrt{5}$ cm, luego la igualdad en II) es verdadera.

Por último en III), como Δ CAB ~ Δ FAG, por tener tres pares de ángulos iguales y además, Δ CAB $\cong$ Δ ACD, por ejemplo por el criterio LAL, luego se tiene que Δ ACD ~ Δ FAG, por lo que la relación en III) es verdadera.

Por el desarrollo anterior se tiene que la clave es D). El distractor con la mayor preferencia es C) con un 15%, seguramente los postulantes asumieron erróneamente que se cumplía la igualdad AG : GF = GB : BC, escribiendo 6 : GF = 2 : BC. Además, pudieron cometer errores en el cálculo de FC llegando a otra medida.

PREGUNTA 46

En la figura 7, M, N, P, Q y R están en la circunferencia de centro O. El valor del ángulo x es

A) 42,5°
B) 70°
C) 35°
D) 31,25°
E) 125°

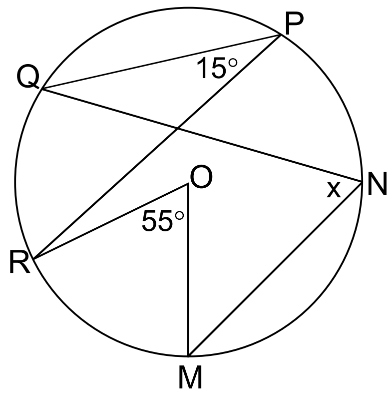


fig. 7

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Geometría
Área Temática: Geometría Posicional y Métrica
Nivel: Segundo Medio
Objetivo Fundamental: Identificar ángulos inscritos y del centro en una circunferencia, y relacionar las medidas de dichos ángulos.
Contenido: Ángulos del centro y ángulos inscritos en una circunferencia.
Habilidad Cognitiva: Aplicación
Clave: A

COMENTARIO

Para resolver el ítem el postulante puede aplicar el teorema que relaciona la medida del ángulo del centro con la medida del correspondiente ángulo inscrito, recordando que la medida del ángulo del centro es el doble de la medida del correspondiente ángulo inscrito.

Así, la medida del ángulo x es igual a la mitad del $\sphericalangle$ QOM que es su correspondiente ángulo del centro, entonces bastará con determinar cuánto mide éste para dar respuesta al ítem. Como en la figura se tiene que el $\sphericalangle$ QPR está inscrito en la circunferencia y mide 15° su correspondiente ángulo del centro $\sphericalangle$ QOR mide 30°, luego se tiene que $\sphericalangle$ QOM = $\sphericalangle$ QOR + $\sphericalangle$ ROM = 30° + 55° = 85°, luego aplicando el teorema que relaciona la medida del ángulo del centro con la medida del correspondiente ángulo inscrito se llega a que la medida del ángulo x es igual a $\frac{85}{2}$, es decir, x = 42,5°.

Por lo anterior, la clave es A) y el distractor de mayor frecuencia fue B), con un 23%, los postulantes que marcaron esta opción posiblemente aplican mal el teorema asumiendo que la medida del ángulo del centro es igual a la medida del ángulo inscrito correspondiente, por lo que concluyen que $\sphericalangle$ QOR = 15° y reemplazando en la igualdad $\sphericalangle$ QOM = $\sphericalangle$ QOR + $\sphericalangle$ ROM obtienen que 15° + 55° = 70°, concluyendo que la medida del ángulo x es 70°, o bien, sin realizar ningún análisis solo realizan 15° + 55° = 70°.

PREGUNTA 47

En un triángulo ABC rectángulo en C cuya hipotenusa mide p, la medida de la proyección de un cateto sobre ella es m. ¿Cuál de las siguientes expresiones **siempre** representa al cuadrado de la medida del otro cateto?

A) pm
B) $p^2 – m^2$
C) $(p – m)^2$
D) $(pm)^2$
E) $p^2 – pm$

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Geometría

Área Temática: Geometría Proporcional

Nivel: Segundo Medio

Objetivo Fundamental: Comprender conceptos, propiedades, identificar invariantes y criterios asociados al estudio de la semejanza de figuras planas y sus aplicaciones a los modelos a escala.

Contenido: Teorema de Euclides.

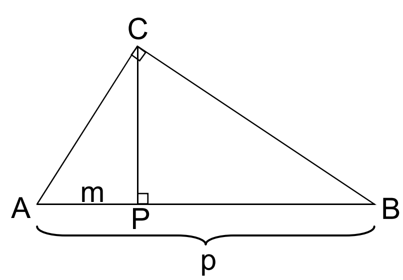
Habilidad Cognitiva: Aplicación

Clave: E

COMENTARIO

El contenido relacionado a esta pregunta es el de la aplicación del teorema de Euclides, en este caso el teorema que hace referencia a que la medida de un cateto al cuadrado es igual al producto de la medida de su proyección sobre la hipotenusa con la medida de ésta.

Si se traza la altura del triángulo rectángulo ABC desde C se generan tres triángulos rectángulos semejantes entre sí, como se muestra en la figura adjunta, donde se muestran los datos dados en el enunciado.



A continuación, como en la figura m es la medida de la proyección del cateto $\overline{AC}$, se concluye que la proyección del cateto $\overline{CB}$ es el segmento PB el que mide (p – m), por lo tanto, al aplicar el Teorema de Euclides en relación al cateto $\overline{BC}$ se obtiene que $BC^2 = (p - m)p = p^2 - pm$, expresión que se encuentra en la opción E).

Entre los distractores el más llamativo fue B) con un 28% de las preferencias, el error que probablemente cometen los postulantes que marcan esta opción es que asignan a m como la medida de un cateto y además, como p es la medida de la hipotenusa aplican el Teorema de Pitágoras para calcular el otro cateto, llegando a la expresión $(p^2 - m^2)$.

PREGUNTA 48

Sean ABC y A´B´C´ dos triángulos semejantes, con $\overline{AC}$ y $\overline{A'C'}$ lados homólogos, AC = 20 cm y A´C´ = 8 cm. Si el triángulo ABC tiene un área de M cm^2, ¿cuál de las siguientes expresiones representa el área del triángulo A´B´C´, en cm^2?

A) $\frac{25}{4} \cdot M$

B) $\frac{2}{5} \cdot M$

C) $\frac{5}{2} \cdot M$

D) $\frac{4}{25} \cdot M$

E) Ninguna de las anteriores.

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Geometría

Área Temática: Geometría Proporcional

Nivel: Segundo Medio

Objetivo Fundamental: Comprender conceptos, propiedades, identificar invariantes y criterios asociados al estudio de la semejanza de figuras planas y sus aplicaciones a los modelos a escala.

Contenido: Semejanza de figuras planas.

Habilidad Cognitiva: Aplicación

Clave: D

COMENTARIO

Para resolver el ítem el postulante debe aplicar el concepto de semejanza de figuras planas y en este caso la semejanza de triángulos y sus propiedades. Para ello debe recordar que si dos triángulos son semejantes, entonces tienen sus lados homólogos proporcionales y sus ángulos correspondientes iguales. Además, que todos los elementos secundarios de los triángulos están en la misma razón de proporcionalidad que sus lados.

En este sentido, como el triángulo ABC y el triángulo A´B´C´ son semejantes, donde $\overline{AC}$ y $\overline{A'C'}$ son lados homólogos, con AC = 20 cm y A´C´ = 8 cm, entonces la razón de proporcionalidad de los lados de los triángulos es $\frac{20}{8} = \frac{5}{2}$.

Como la razón de semejanza entre las medidas lineales de los triángulos es $\frac{5}{2}$, entonces la razón entre sus áreas es $\frac{25}{4}$. Ahora, como el triángulo ABC tiene un área de M cm^2, se tiene la proporción $\frac{25}{4} = \frac{M}{x}$, donde x es el área del triángulo A´B´C´, despejando x se tiene $x = \frac{4M}{25}$.

Por lo anterior, la clave es D) y los estudiantes que erraron la respuesta del ítem se inclinaron por la opción B) con un 15%, quizás calcularon la razón de semejanza de los triángulos semejantes y luego pensaron que la razón en que se encuentran las áreas es la misma en la que se encuentran los lados de los triángulos y además despejan erróneamente x en la ecuación $\frac{5}{2} = \frac{M}{x}$.

PREGUNTA 49

Si la ecuación de la recta L_1 es $y = -3x + 3$, la recta L_2 intersecta al eje y en el punto (0, 6) y $L_1 // L_2$, entonces L_2 intersecta al eje x en el punto

A) (–18, 0)
B) (2, 0)
C) (0, 6)
D) (1, 0)
E) (–2, 0)

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Geometría
Área Temática: Geometría Posicional y Métrica
Nivel: Tercero Medio
Objetivo Fundamental: Comprender la geometría cartesiana como un modelo para el tratamiento algebraico de los elementos y relaciones entre figuras geométricas.
Contenido: Pendiente y coeficiente de posición de una recta.
Habilidad Cognitiva: Aplicación
Clave: B

COMENTARIO

El contenido que tiene que aplicar el postulante para encontrar la respuesta a la pregunta es la deducción e interpretación de la pendiente y el intercepto de una recta con el eje de las ordenadas y la determinación de la ecuación de una recta conocida su pendiente y un punto de ella. Se tiene que la ecuación de una recta que pasa por el punto $P(x_1, y_1)$ y que tiene pendiente m, está dada por la fórmula $(y - y_1) = m(x - x_1)$.

Así, como dos rectas son paralelas cuando tienen igual pendiente y en el enunciado se señala que $L_1 // L_2$, y la pendiente de L_1 es -3, entonces L_2 tiene pendiente -3, además pasa por el punto (0, 6), luego su ecuación es $(y - 6) = -3(x - 0)$, que es equivalente a $y = -3x + 6$. Ahora, el punto en el que la recta L_2 intersecta al eje x es de la forma (x, 0), luego en su ecuación la variable y se reemplaza por 0 para encontrar el valor de la variable x, es decir, $0 = -3x + 6$, de donde $x = 2$, luego el punto donde L_2 intersecta al eje x es (2, 0), así la clave es B).

El distractor más llamativo fue C) con un 14% de las preferencias, posiblemente quienes se equivocan cometen el error en el reemplazo de los valores en la ecuación de L_2 escribiendo $y = -3 \cdot 0 + 6$, llegando a $y = 6$, luego el punto que determinan es (0, 6).

PREGUNTA 50

En la figura 8 se muestra la representación gráfica de cuatro sistemas de ecuaciones. ¿Cuál de los siguientes sistemas **NO** ha sido representado en la figura?

A) $x = 1 \quad ; \quad y = x$

B) $x = 1 \quad ; \quad y = 1$

C) $y = -x + 2 \; ; \quad y = \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$

D) $2y - x = 1 \; ; \quad y = x$

E) $y = \frac{x}{2} + \frac{1}{2} ; \quad 2y - x = 1$

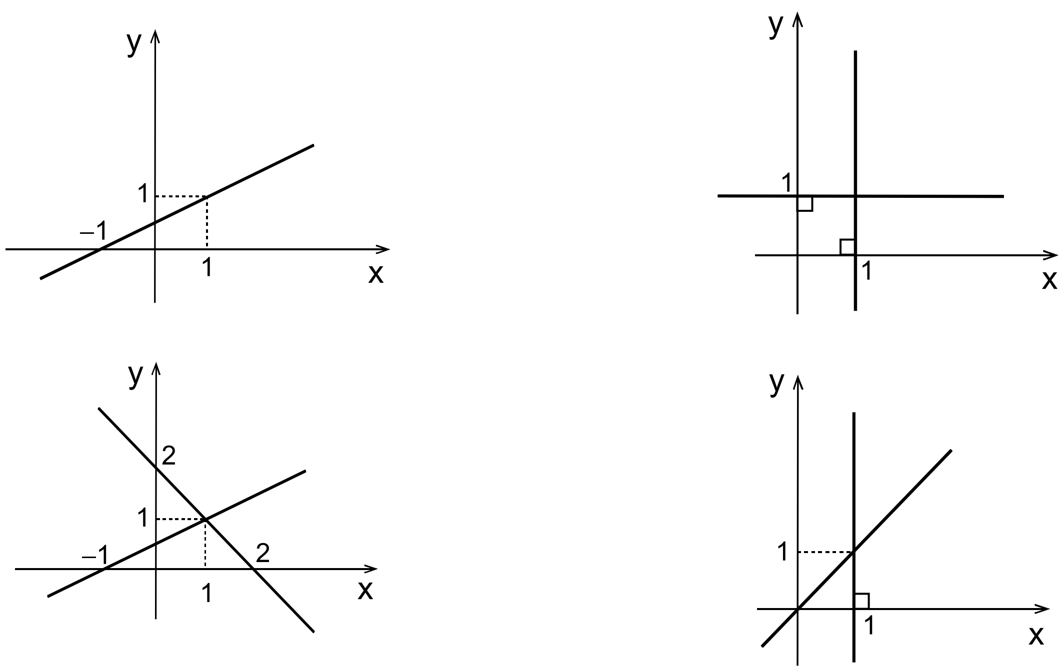


fig. 8

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Geometría

Área Temática: Geometría Posicional y Métrica

Nivel: Tercero Medio

Objetivo Fundamental: Establecer la relación entre la representación gráfica de rectas en el plano cartesiano y los sistemas de ecuaciones a que dan origen.

Contenido: Gráfico asociado a los sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

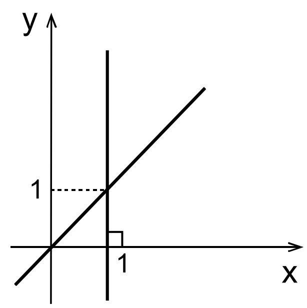
Habilidad Cognitiva: Comprensión

Clave: D

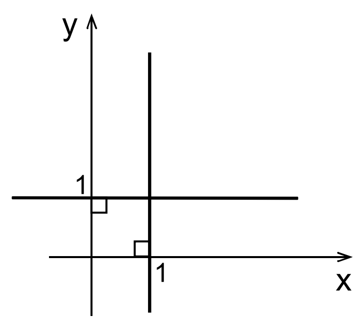
COMENTARIO

Para resolver el ítem el postulante debe determinar el sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas que no se encuentra representado en los gráficos de la figura 8, interpretando las posiciones relativas de rectas en el plano cartesiano.

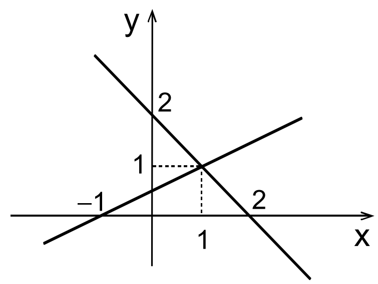
De este modo, en el sistema dado en A), se debe identificar las gráficas de ambas rectas, así el gráfico de la recta de ecuación x = 1 es una recta paralela al eje y, que pasa por el punto (1, 0) y el gráfico de la recta de ecuación y = x es la recta que pasa por todos los puntos de la forma (p, p), con p un número real, en particular pasa por (0, 0) y (1, 1). Luego, el gráfico de este sistema es:



En el sistema dado en B) se tiene la recta de ecuación x = 1 la que es paralela al eje y, que pasa por el punto (1, 0) y está la recta de ecuación y = 1, que es paralela al eje x y que pasa por el punto (0, 1), luego su gráfica es:

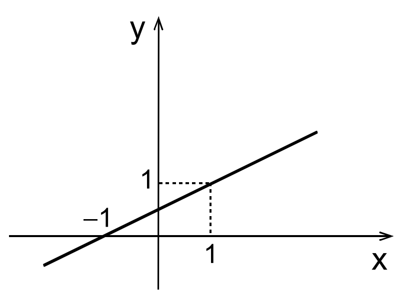


Ahora, en el sistema dado en C), lo primero será buscar el punto de intersección de las rectas, $y = -x + 2$; $y = \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$, resolviendo el sistema por algún método, por ejemplo el de igualación, llegando a que $-x + 2 = \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$, donde x = 1 y reemplazando este valor en una de las dos ecuaciones se obtiene y = 1, luego el punto de intersección de las rectas es (1, 1). Por otro lado, si se identifica donde intersectan al eje x y al eje y cada una de las rectas, se tiene que la recta de ecuación $y = -x + 2$ los intersecta en los puntos (0, 2) y (2, 0) y la recta de ecuación $y = \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$ los intersecta en los puntos $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ y (–1, 0). Por lo anterior, el gráfico de este sistema es:



En D), ya se determinó que la gráfica de la recta de ecuación y = x es la recta que pasa por todos los puntos de la forma (p, p), con p un número real, en particular pasa por (0, 0) y (1, 1). Además, la gráfica de 2y – x = 1 pasa por los puntos $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ y por el punto (–1, 0), pero no se encuentra la representación de estas dos rectas en un mismo sistema de ejes coordenados en la figura dada.

Por último, en E) se tienen las ecuaciones de rectas $y = \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$; 2y – x = 1, si se considera la ecuación $y = \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$ que es equivalente a 2y = x + 1, de donde se obtiene 2y – x = 1, por lo tanto, ambas ecuaciones dadas en el sistema son iguales, por lo que las gráficas de ambas rectas son coincidentes, como se muestra a continuación:



Por el desarrollo anterior, la clave se encuentra en la opción D) y el distractor C) fue el más marcado por quienes erraron el ítem, con un 14% de las preferencias, posiblemente en este sistema cometieron algún error al encontrar los puntos de intersección de las rectas con los ejes coordenados.

PREGUNTA 51

Sean L y M dos rectas en el plano cartesiano tales que M tiene pendiente 1 y pasa por el origen, L es una recta que tiene pendiente 0 y es distinta al eje x. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) L es paralela al eje x.
II) L puede intersectar a M en el tercer cuadrante.
III) Si L pasa por el punto (0, 4), entonces ambas rectas se intersectan en el punto (4, 4).

A) Solo I
B) Solo III
C) Solo I y II
D) Solo I y III
E) I, II y III

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Geometría
Área Temática: Geometría Posicional y Métrica
Nivel: Tercero Medio
Objetivo Fundamental: Comprender la geometría cartesiana como un modelo para el tratamiento algebraico de los elementos y relaciones entre figuras geométricas.
Contenido: Posiciones relativas de rectas en el plano cartesiano.
Habilidad Cognitiva: Análisis, síntesis y evaluación
Clave: E

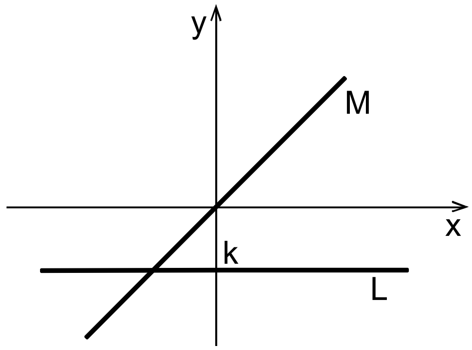
COMENTARIO

Este ítem apunta al contenido de las posiciones relativas de la recta en el plano cartesiano y para que el postulante le dé solución debe analizar las posiciones que puede tomar la recta L, considerando su pendiente y el intercepto con el eje y.

En el enunciado se afirma que la pendiente de la recta M es 1 y pasa por el origen, luego su ecuación es y = x, además se afirma que la recta L tiene pendiente 0 y no es el eje x, entonces su ecuación es y = k, con $k \neq 0$.

Ahora bien, en I) se indica que L es paralela al eje x, esta afirmación es verdadera, porque si la recta L tiene ecuación y = k, se tiene que para cualquier valor de x le corresponde el valor k, y por lo tanto, L es una recta paralela al eje x.

Por otro lado, para analizar la afirmación en II), se sabe que M tiene por ecuación y = x, luego esta recta pasa por el primer y tercer cuadrante. Ahora, como k es distinto de cero, puede ser que k tome un valor negativo, por lo que L puede ser una recta paralela al eje x que pasa por el tercer y cuarto cuadrante, de donde se obtiene que la intersección de ambas rectas se puede encontrar en el tercer cuadrante, como se muestra en la siguiente figura. De lo anterior, la afirmación en II) es verdadera.



Por último en III), si L pasa por el punto (0, 4), entonces la ecuación de L es y = 4, en particular se tiene que para x = 4, se obtiene que y = 4. Ahora, para M de ecuación y = x, se tiene que si x = 4, entonces y = 4, luego las rectas M y L se intersectan en el punto (4, 4), así la afirmación en III) es verdadera.

Por el análisis realizado, la clave es E) y el distractor de mayor frecuencia fue D) con un 18% de las preferencias, probablemente aquellos postulantes que lo escogieron consideraron en la ecuación de L solo los valores positivos de k y bajo estas condiciones M y L no se pueden intersectar en el tercer cuadrante.

PREGUNTA 52

El punto B(5, 4) se rota en torno al punto A(1, 1) en 90°, obteniéndose el punto B’. ¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por los puntos A y B’?

A) $y = -\frac{4}{3}x + \frac{1}{3}$

B) $y = -\frac{4}{3}x + \frac{7}{3}$

C) $y = -\frac{3}{4}x + \frac{7}{4}$

D) $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$

E) $y = \frac{4}{3}x - \frac{1}{3}$

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Geometría
Área Temática: Geometría Posicional y Métrica
Nivel: Tercero Medio
Objetivo Fundamental: Comprender la geometría cartesiana como un modelo para el tratamiento algebraico de los elementos y relaciones entre figuras geométricas.
Contenido: Ecuación de la recta.
Habilidad Cognitiva: Aplicación
Clave: B

COMENTARIO

Este ítem hace referencia al contenido de la ecuación de la recta que pasa por un punto, conocida su pendiente y para resolverlo el postulante debe obtener la recta que pasa por A y por B', utilizando la fórmula $y - y_1 = m(x - x_1)$, donde (x_1, y_1) es un punto perteneciente a la recta y m su pendiente. Además, debe recordar el concepto de rotación.

Como B' es la imagen de B bajo una rotación de 90°, con centro en el punto A, se tiene que la recta que contiene al segmento BA es perpendicular a la recta que contiene al segmento AB', cumpliéndose que la multiplicación de las pendientes de ambas rectas es –1. Con los puntos A(1, 1) y B(5, 4) se obtiene la pendiente de la recta AB, que es $\frac{4-1}{5-1} = \frac{3}{4}$, luego la pendiente de la recta que contiene a los puntos A y B' es $-\frac{4}{3}$. Ahora, en base a la fórmula mencionada anteriormente se tiene que la ecuación que pasa por A y B' es:

$$y - 1 = -\frac{4}{3}(x - 1)$$
$$y = -\frac{4}{3}x + \frac{4}{3} + 1$$
$$y = -\frac{4}{3}x + \frac{7}{3}$$

Esta ecuación se encuentra en la opción B). El distractor más marcado fue C), con un 12% de adhesión, posiblemente aquellos postulantes que se inclinaron por esta opción determinaron de manera correcta la pendiente de la recta AB, es decir, $\frac{3}{4}$, pero consideraron erroneamente que la pendiente de la recta AB' perpendicular a ésta es $-\frac{3}{4}$.

PREGUNTA 53

Sean los puntos M y P de coordenadas (2, 3) y (5, p), respectivamente, con P en el cuarto cuadrante. Si la distancia entre estos puntos es 7 unidades, entonces el valor de p es

A) $3 - 2\sqrt{10}$
B) $3 + 2\sqrt{10}$
C) $\sqrt{31}$
D) $-\sqrt{31}$
E) $-\sqrt{67}$

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Geometría
Área Temática: Geometría Posicional y Métrica
Nivel: Tercero Medio
Objetivo Fundamental: Comprender la geometría cartesiana como un modelo para el tratamiento algebraico de los elementos y relaciones entre figuras geométricas.
Contenido: Distancia entre dos puntos en el plano cartesiano.
Habilidad Cognitiva: Aplicación
Clave: A

COMENTARIO

En este ítem el postulante para determinar el valor de p debe aplicar la fórmula de distancia entre dos puntos, (x_1, y_1) y (x_2, y_2), la que está dada por:

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

De esta manera, la distancia entre M y P que es igual a 7 unidades, se escribe como $\sqrt{(p-3)^2 + (5-2)^2} = 7$, de donde se puede despejar el valor de p de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
\sqrt{(p-3)^2 + (5-2)^2} &= 7 \\
(p-3)^2 + 3^2 &= 49 \\
(p-3)^2 &= 40 \\
p - 3 &= \pm\sqrt{40} \\
p &= \pm\sqrt{40} + 3 \\
p &= \pm 2\sqrt{10} + 3
\end{aligned}$$

Ahora, como P está en el cuarto cuadrante se tiene que p es un valor negativo, es decir, p = $3 - 2\sqrt{10}$, valor que se encuentra en la opción A).

El distractor más marcado fue B), con un 16% de las preferencias, es probable que quienes lo escogieron hayan planteado y resuelto de manera correcta la ecuación que permite determinar el valor de p, pero el error que cometen está en el análisis del cuadrante al que pertenece P.

PREGUNTA 54

En la figura 9 se muestran dos homotecias: una de centro O y razón de homotecia 2 que transforma a ABCD en PQRS y la otra de centro O y razón de homotecia 0,5 que transforma a ABCD en EFGH. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

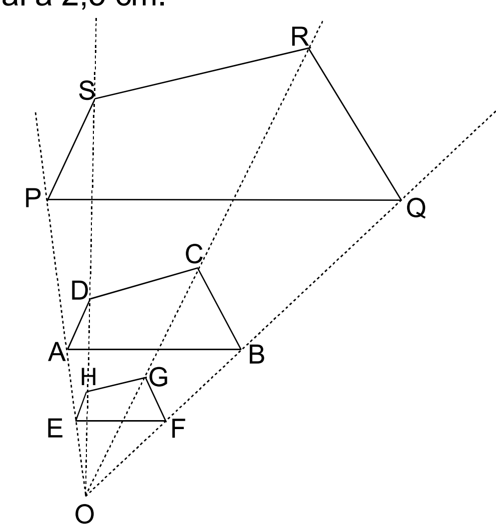
I) Si BQ es igual a 5 cm, entonces BF es igual a 2,5 cm.

II) $OH = \frac{1}{3} SH$

III) $\overline{EH} \parallel \overline{PS}$

A) Solo I
B) Solo III
C) Solo I y II
D) Solo I y III
E) I, II y III

fig. 9



FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Geometría

Área Temática: Geometría Proporcional

Nivel: Tercero Medio

Objetivo Fundamental: Comprender la geometría cartesiana como un modelo para el tratamiento algebraico de los elementos y relaciones entre figuras geométricas.

Contenido: Homotecia de figuras planas.

Habilidad Cognitiva: Aplicación

Clave: E

COMENTARIO

Este ítem apunta al contenido de homotecia de figuras planas y para responderlo el postulante debe, en base a la información entregada en el enunciado, determinar la veracidad de cada una de las afirmaciones.

Así, del enunciado se tiene que la homotecia de centro O y razón de homotecia 2 trasforma a ABCD en PQRS, esto quiere decir que OQ = 2OB, donde B es el punto medio de $\overline{OQ}$, es decir, OB = BQ, OS = 2OD, donde D es el punto medio de $\overline{OS}$ y OP = 2OA, donde A es el punto medio de $\overline{OP}$.

Además, la homotecia de centro O y razón de homotecia 0,5 trasforma a ABCD en EFGH, esto quiere decir que OF = $\frac{OB}{2}$, donde F es el punto medio de $\overline{OB}$, OH = $\frac{OD}{2}$, de lo que se obtiene que OD = 2OH, concluyendo que H es el punto medio de $\overline{OD}$ y OE = $\frac{OA}{2}$, donde E es el punto medio de $\overline{OA}$.

De lo anterior, se tiene que OF = BF = $\frac{BQ}{2}$, por ser OB = BQ, luego si BQ = 5 cm, entonces BF = $\frac{5}{2}$ = 2,5 cm, por lo que la afirmación en I) es verdadera.

Ahora, para la afirmación en II) se tiene OS = 2OD = 2(2OH) = 4OH, OD = DS, OD = 2OH y SH = DS + DH = OD + OH = 2OH + OH = 3OH, lo que es equivalente a OH = $\frac{1}{3}$SH, por lo que la afirmación en este caso es verdadera.

Por último en III), como E es el punto medio de $\overline{OA}$ y H es el punto medio de $\overline{OD}$ se tiene que $\overline{EH}$ es la unión de los puntos medios de los lados $\overline{OA}$ y $\overline{OD}$ del triángulo AOD, luego $\overline{EH}$ es mediana de este triángulo y por lo tanto, $\overline{EH}$ // $\overline{AD}$. Por otra parte, como A es el punto medio de $\overline{OP}$ y D es el punto medio de $\overline{OS}$ se tiene que $\overline{AD}$ es la unión de los puntos medios de los lados $\overline{OP}$ y $\overline{OS}$ del triángulo POS, luego $\overline{AD}$ es mediana de este triángulo y por lo tanto, $\overline{AD}$ // $\overline{PS}$. Luego, como $\overline{EH}$ // $\overline{AD}$ y $\overline{AD}$ // $\overline{PS}$ se cumple que $\overline{EH}$ // $\overline{PS}$, siendo la afirmación en III) verdadera.

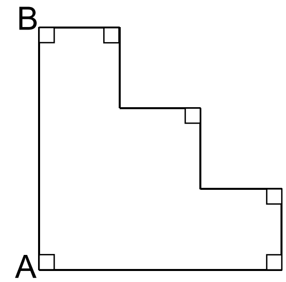
De lo anterior la opción correcta es E) y el distractor más marcado fue D) con un 12% de las preferencias, los postulantes que lo marcaron consideraron que la afirmación en II) es falsa, posiblemente debido a que para ellos visualmente OH es un tercio de OS y no de SH.

PREGUNTA 55

Si el polígono de la figura 10 se hace girar indefinidamente en torno al lado $\overline{AB}$, entonces se obtiene un cuerpo que está formado por

A) seis cubos.
B) tres cilindros.
C) doce cubos.
D) un cono.
E) una pirámide.

fig. 10



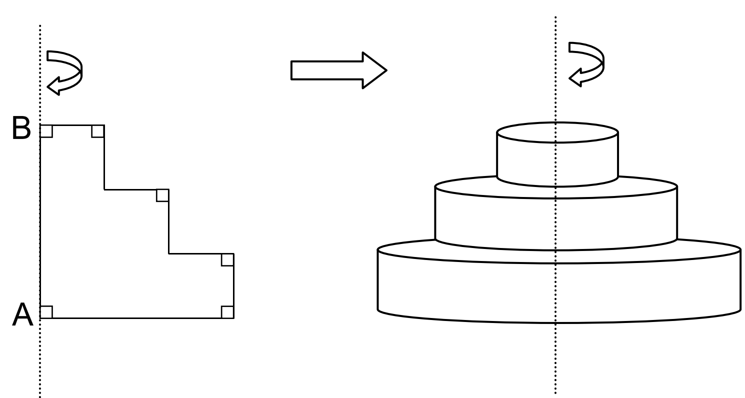
FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Geometría
Área Temática: Geometría Posicional y Métrica
Nivel: Cuarto Medio
Objetivo Fundamental: Determinar áreas y volúmenes de cuerpos geométricos generados por rotación o traslación de figuras planas en el espacio.
Contenido: Cuerpos generados a partir de la rotación de figuras planas.
Habilidad Cognitiva: Comprensión
Clave: B

COMENTARIO

Este ítem hace referencia a los cuerpos geométricos generados a partir de rotaciones de figuras planas en el espacio y para resolverlo el postulante debe ser capaz de identificar la forma de un cuerpo que se obtiene al hacer girar indefinidamente una figura plana en torno a un eje determinado.

En efecto, si el polígono de la figura se hace girar de manera indefinida en torno al lado $\overline{AB}$, se obtendrán 3 cilindros como se muestra a continuación:



Así, la opción correcta es B) y el distractor más marcado fue A) con un 23% de adhesión, posiblemente los postulantes que lo marcaron al ver los ángulos rectos de la figura 10 asumieron que se formarían cubos y como visualmente esta figura se podría dividir en 6 cuadrados, entonces se formarían 6 cubos.

PREGUNTA 56

En la figura 11, AB = AD y los puntos A, B, C y D pertenecen a los ejes coordenados. Para obtener los dos conos cuya base es la circunferencia que tiene a $\overline{CA}$ como diámetro, se puede girar en forma indefinida

I) el triángulo AOB en torno al eje y, luego en torno al eje x.
II) el triángulo CAB en torno al eje x.
III) el cuadrilátero ABCD en torno a $\overline{CA}$.

Es (son) verdadera(s)

A) solo I.
B) solo II.
C) solo III.
D) solo II y III.
E) ninguna de ellas.

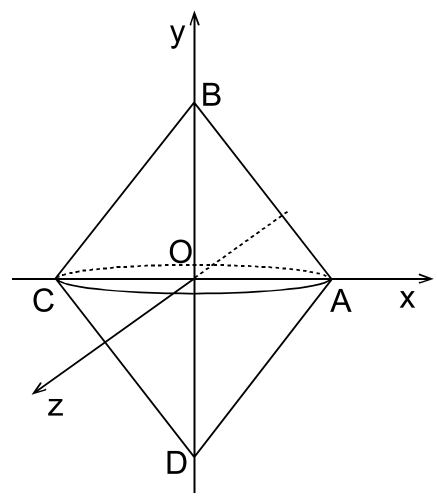


fig. 11

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Geometría
Área Temática: Geometría Posicional y Métrica
Nivel: Cuarto Medio
Objetivo Fundamental: Determinar áreas y volúmenes de cuerpos geométricos generados por rotación o traslación de figuras planas en el espacio.
Contenido: Cuerpos generados a partir de la rotación de figuras planas.
Habilidad Cognitiva: Comprensión
Clave: E

COMENTARIO

Este ítem apunta, al igual que el anterior, al contenido relacionado con los cuerpos geométricos generados a partir de rotaciones de figuras planas en el espacio y para dar solución a la pregunta el postulante debe determinar cuál o cuáles de las condiciones presentadas en I), en II) y en III) permiten obtener los conos mostrados en la figura 11.

En I), si se gira el triángulo AOB en torno al eje y se obtendrá uno de los conos de la figura cuya altura es $\overline{OB}$ y cuya base es la circunferencia que tiene a $\overline{CA}$ como diámetro. Ahora, si se gira el triángulo AOB en torno al eje x se obtendrá un cono cuya altura es $\overline{OA}$ y cuya base es la circunferencia que tiene a $\overline{BD}$ como diámetro, por lo que con esta condición no se obtienen los conos de la figura, luego la afirmación en I) es falsa.

En II), si se gira el triángulo CAB en torno al eje x se obtendrán dos conos cuya base es la circunferencia que tiene a $\overline{BD}$ como diámetro, luego con esta condición no se obtienen los conos de la figura, siendo esta afirmación también falsa.

Por último en III), si se gira el cuadrilátero ABCD en torno a $\overline{CA}$ se obtendrán, al igual que con la condición anterior, dos conos cuya base es la circunferencia que tiene a $\overline{BD}$ como diámetro, luego con esta condición no se obtienen los conos de la figura, por lo que III) también es falsa.

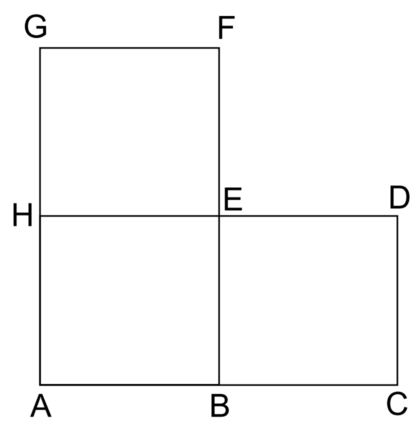
Por lo tanto, se tiene que la opción correcta es E). Por otra parte, el distractor más marcado fue D) con un 18% de las preferencias, probablemente los postulantes que lo escogieron no fueron capaces de identificar la base y la altura de los conos generados bajo las condiciones dadas en II) y en III).

PREGUNTA 57

En la figura 12, ABEH, BCDE y EFGH son cuadrados. Si V_1 es el volumen del sólido generado al rotar indefinidamente el triángulo AFG en torno al segmento AG, V_2 es el volumen del sólido generado al rotar indefinidamente el triángulo ABF en torno al segmento AB y V_3 es el volumen del sólido generado al rotar indefinidamente el triángulo AHD en torno al segmento AH, entonces se cumple que

A) $V_1 = V_2 = V_3$
B) $V_1 < V_2 = V_3$
C) $V_1 < V_3 < V_2$
D) $V_1 < V_2 < V_3$
E) $V_2 = V_3 < V_1$

fig. 12



FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Geometría
Área Temática: Geometría Posicional y Métrica
Nivel: Cuarto Medio
Objetivo Fundamental: Determinar áreas y volúmenes de cuerpos geométricos generados por rotación o traslación de figuras planas en el espacio.
Contenido: Resolución de problemas sobre volúmenes de cuerpos generados por rotación.
Habilidad Cognitiva: Análisis, síntesis y evaluación
Clave: B

COMENTARIO

Este ítem apunta al contenido de resolución de problemas sobre volúmenes de cuerpos generados por rotación de figuras planas, donde el postulante para resolverlo debe comparar los volúmenes de los conos que se generan por los triángulos mencionados en el enunciado, calculados a través de la fórmula V = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$, con r el radio de la base del cono y h su altura.

De acuerdo a la información del enunciado y de la figura, se deduce que los cuadrados ABEH, BCDE y EFGH son congruentes entre sí, por lo que, AB = BC = CD = DE = EF = FG = GH = HA y para efectos del desarrollo de este ítem, se denominará por p a la medida del lado de los cuadrados.

Al hacer rotar indefinidamente el triángulo AFG en torno al segmento AG se forma un cono de altura $\overline{GA}$, cuya base es la circunferencia que tiene al segmento FG como radio, siendo su volumen $V_1 = \frac{1}{3}\pi(FG)^2 \cdot (GA) = \frac{1}{3}\pi(p)^2 \cdot (2p) = \frac{2}{3}\pi p^3$.

Ahora, al hacer rotar indefinidamente el triángulo ABF en torno al segmento AB se forma un cono de altura $\overline{AB}$, cuya base es la circunferencia que tiene al segmento BF como radio, donde su volumen es $V_2 = \frac{1}{3}\pi(BF)^2 \cdot (AB) = \frac{1}{3}\pi(2p)^2 \cdot (p) = \frac{4}{3}\pi p^3$.

Por último, al hacer rotar indefinidamente el triángulo AHD en torno al segmento AH se forma un cono de altura $\overline{AH}$, cuya base es la circunferencia que tiene al segmento HD como radio, siendo su volumen $V_3 = \frac{1}{3}\pi(HD)^2 \cdot (AH) = \frac{1}{3}\pi(2p)^2 \cdot (p) = \frac{4}{3}\pi p^3$.

Luego, al comparar los tres volúmenes obtenidos se concluye que $V_1 < V_2 = V_3$, por lo que B) es la opción correcta. El distractor de mayor frecuencia fue A) con un 37% de adhesión, posiblemente los postulantes que lo marcaron expresaron de manera correcta los volúmenes V_1, V_2 y V_3, pero al elevar el radio al cuadrado no se aplicó esta operación a la parte numérica de V_2 y V_3 como se muestra a continuación:

$$V_2 = \frac{1}{3}\pi(2p)^2 \cdot (p) = \frac{1}{3}\pi \cdot 2p^2 \cdot p = \frac{2}{3}\pi p^3$$
$$V_3 = \frac{1}{3}\pi(2p)^2 \cdot (p) = \frac{1}{3}\pi \cdot 2p^2 \cdot p = \frac{2}{3}\pi p^3$$

PREGUNTA 58

En las opciones se muestran ecuaciones vectoriales, para t variando en los números reales, ¿en cuál de ellas la recta asociada **NO** pasa por el origen?

A) $\vec{v}(t) = t(1, 2, 3)$
B) $\vec{p}(t) = (2, 4, 6) + t(1, 2, 3)$
C) $\vec{g}(t) = (-3, 9, -12) + t(1, -3, 4)$
D) $\vec{n}(t) = (-2, -10, -28) + t(1, 5, 14)$
E) $\vec{m}(t) = (2, 10, 21) + t(1, 5, 7)$

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Geometría
Área Temática: Geometría Posicional y Métrica
Nivel: Cuarto Medio
Objetivo Fundamental: Comprender que puntos, rectas y planos pueden ser representados en el sistema coordenado tridimensional y determinar la representación cartesiana y vectorial de la ecuación de la recta en el espacio.
Contenido: Ecuación vectorial de la recta.
Habilidad Cognitiva: Análisis, síntesis y evaluación
Clave: E

COMENTARIO

Este ítem hace referencia al contenido de ecuación vectorial de la recta y para dar solución al problema el postulante debe analizar cada una de las ecuaciones vectoriales dadas en las opciones y determinar cuál de ellas no pasa por el origen.

Si se tiene una ecuación vectorial de la forma $\vec{r}(\lambda) = (x, y, z) + \lambda(a, b, c)$, con (x, y, z) vector posición, (a, b, c) vector director y λ un escalar, entonces para que esta recta pase por el origen del sistema cartesiano, debe existir un λ para el cual se verifiquen simultáneamente las siguientes igualdades:

$$x + \lambda a = 0$$
$$y + \lambda b = 0$$
$$z + \lambda c = 0$$

Ahora, si se analiza la ecuación vectorial dada en A) se tiene que existe un valor de t para el cual la ecuación $\vec{v}(t)$ pasa por el origen y este es 0, en B) si t = –2, entonces $\vec{p}(t)$ pasa por el origen, en C) si t = 3, entonces $\vec{g}(t)$ pasa por el origen y en D) si t = 2, entonces $\vec{n}(t)$ pasa por el origen.

En cambio en E), se tiene que $\vec{m}(t) = (2, 10, 21) + t(1, 5, 7) = (2 + t, 10 + 5t, 21 + 7t)$, luego para que el punto (0, 0, 0) pertenezca a $\vec{m}(t)$ se debe encontrar un único valor de t, tal que 2 + t = 0, 10 + 5t = 0 y 21 + 7t = 0, de donde se llega a que no existe un valor de t que satisfaga simultáneamente a las tres igualdades y por lo tanto, se concluye que $\vec{m}(t)$ no pasa por el origen, luego la clave es E).

Los postulantes que erraron la respuesta se distribuyeron uniformemente entre los distractores, posiblemente al no encontrar el valor de t para el cual las rectas pasarían por el origen.

PREGUNTA 59

La tabla adjunta muestra algunos de los datos que resultan de encuestar a un grupo de adultos mayores sobre la edad que tienen. Con respecto a los datos de esta tabla, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

A) La marca de clase del segundo intervalo es 64,5 años.
B) El rango de la variable edad es 15 años.
C) La moda es 42.
D) La mediana se encuentra en el intervalo $[66, 69[$.
E) La frecuencia relativa porcentual del último intervalo es 8%.

Edad (años)	Frecuencia	Frecuencia acumulada
$[60, 63[$	5	
$[63, 66[$		23
$[66, 69[$	42	
$[69, 72[$	27	
$[72, 75]$		100

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Datos y Azar
Área Temática: Datos
Nivel: Primero Medio
Objetivo Fundamental: Interpretar y producir información, en contextos diversos, mediante gráficos que se obtienen desde tablas de frecuencia, cuyos datos están agrupados en intervalos.
Contenido: Representación de datos en tablas de datos agrupados.
Habilidad Cognitiva: Aplicación
Clave: C

COMENTARIO

Este ítem apunta al contenido de organización y representación de datos extraídos de diversas fuentes y para resolverlo el postulante puede completar los datos que faltan en la tabla, considerando que la frecuencia acumulada de cada intervalo se obtiene a través de la suma entre la frecuencia del intervalo y la frecuencia acumulada del intervalo anterior, quedando de la siguiente manera:

Edad (años)	Frecuencia	Frecuencia acumulada
$[60, 63[$	5	***5***
$[63, 66[$	***18***	23
$[66, 69[$	42	***65***
$[69, 72[$	27	***92***
$[72, 75]$	***8***	100

Ahora, la marca de clase de un intervalo es el promedio entre el límite superior y el límite inferior de dicho intervalo, de esta manera la marca de clase del segundo intervalo es $\frac{63+66}{2}$ = 64,5 años, siendo la afirmación de A) verdadera.

Por otra parte, el rango de una variable para datos agrupados, es la diferencia entre el límite superior del intervalo final y el límite inferior del intervalo inicial, de esta manera el rango de la variable edad es 75 – 60 = 15 años, por lo que la afirmación en B) es verdadera.

Por otro lado, se debe tener presente que la moda de una variable es el dato que más se repite, de esta definición la afirmación en C) que indica que la moda es 42, es falsa debido a que este valor es la mayor frecuencia de los intervalos en los que están agrupados los datos de la variable y no es un dato de ésta.

También, se debe recordar que la mediana de una variable es el dato ubicado en la posición central de un conjunto de datos ordenados. Así, si hay 100 datos, entonces la mediana está en la posición 50 y a partir de la frecuencia acumulada de la tabla se deduce que la posición 50 está en el intervalo $\left[66, 69\right[$, por lo que la afirmación en D) es verdadera.

En E), se dice que la frecuencia relativa porcentual del intervalo $\left[72, 75\right]$ es 8%, afirmación que es verdadera, ya que la frecuencia de dicho intervalo es 8 y como hay 100 datos se tiene que la frecuencia relativa de este intervalo es $\frac{8}{100}$ = 0,08, lo que equivale a la frecuencia relativa porcentual del 8%.

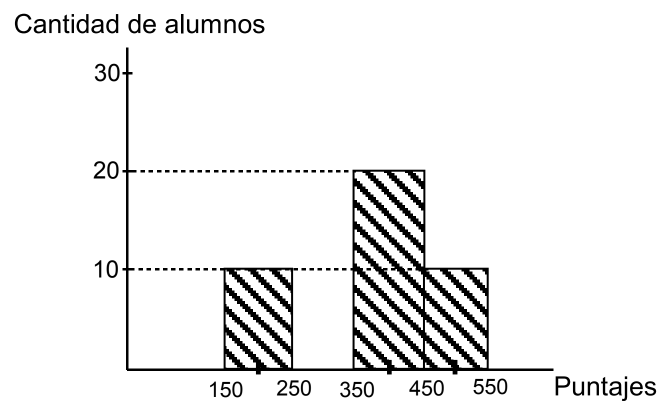
De lo anterior, se tiene que la clave es C). El distractor más marcado fue B) con un 24% de las preferencias, quizás quienes lo escogieron confunden el rango con la amplitud de un intervalo.

PREGUNTA 60

El gráfico de la figura 13 muestra los puntajes, en intervalos, obtenidos en una prueba por los alumnos de un curso. Se desconoce el número de personas que obtuvo puntajes entre 250 y 350 puntos. Si se sabe que el promedio total del curso, obtenido a partir de la marca de clase, es de 360 puntos, ¿cuántos alumnos rindieron la prueba?

A) 50
B) 40
C) 30
D) 20
E) 10

fig. 13



FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Datos y Azar

Área Temática: Datos

Nivel: Primero Medio

Objetivo Fundamental: Interpretar y producir información, en contextos diversos, mediante gráficos que se obtienen desde tablas de frecuencia, cuyos datos están agrupados en intervalos.

Contenido: Interpretación de las medidas de tendencia central a partir de un histograma.

Habilidad Cognitiva: Aplicación

Clave: A

COMENTARIO

Este ítem apunta al contenido de obtención de información a partir del análisis de los datos presentados en histogramas y para resolverlo el postulante necesita determinar la cantidad de alumnos que obtuvo entre 250 y 350 puntos, aplicando el cálculo del promedio de un conjunto de datos provenientes de un histograma y luego, sumar la cantidad de alumnos de cada intervalo mostrado en la figura, obteniendo así la cantidad de alumnos que rindió la prueba.

Ahora, si se denomina por x a la cantidad de alumnos que obtiene entre 250 y 350 puntos y se utiliza la marca de clase de cada intervalo en el cálculo del promedio de los datos, se tiene que $\frac{200\cdot 10 + 300\cdot x + 400\cdot 20 + 500\cdot 10}{10 + x + 20 + 10}$ = 360, luego al despejar x se llega a que x = 10. Así, al sumar la frecuencia de cada intervalo se obtiene la cantidad de alumnos que rindió la prueba, es decir, 10 + 10 + 20 + 10 = 50, valor que se encuentra en A).

El distractor más marcado fue B) con un 18% de las preferencias, probablemente quienes escogieron esta opción, no consideraron a las personas que obtuvieron entre 250 y 350 puntos.

PREGUNTA 61

Se tienen los puntajes del total de estudiantes de un curso en un examen de matemática, los cuales se agrupan posteriormente en intervalos como se muestra en la tabla adjunta. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

A) 39 alumnos obtuvieron al menos 20 puntos.
B) 45 alumnos rindieron el examen.
C) La mediana de los puntajes se encuentra en el intervalo $[30, 39]$.
D) 6 alumnos obtuvieron a lo más 19 puntos.
E) Se puede deducir que la moda de los puntajes de los alumnos se encuentra en el intervalo $[40, 50]$.

Puntajes	Nº de alumnos
$[0,9]$	2
$[10,19]$	4
$[20,29]$	7
$[30,39]$	15
$[40,50]$	17

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Datos y Azar
Área Temática: Datos
Nivel: Primero Medio
Objetivo Fundamental: Interpretar y producir información, en contextos diversos, mediante gráficos que se obtienen desde tablas de frecuencia, cuyos datos están agrupados en intervalos.
Contenido: Datos agrupados en intervalos.
Habilidad Cognitiva: Comprensión
Clave: E

COMENTARIO

El ítem aborda el contenido de datos agrupados en intervalos y para resolverlo el postulante debe leer e interpretar los datos de la tabla de frecuencias de datos agrupados para identificar cuál de las afirmaciones dadas en las opciones es falsa.

En A), se plantea que 39 alumnos obtuvieron al menos 20 puntos, lo cual es verdadero, ya que "al menos 20 puntos" debe interpretarse como mayor o igual a 20 puntos y esto sucede en los últimos tres intervalos, así si se suma la frecuencia de éstos se obtiene 39 alumnos, es decir, 7 + 15 + 17 = 39.

La opción B) es verdadera, pues el total de alumnos está dividido en distintos tramos, luego para determinar el número de alumnos que rindieron el examen se debe sumar la frecuencia de cada intervalo obteniéndose 45 alumnos.

Como 45 alumnos rindieron el examen y la mediana es el dato central, en este conjunto de datos la mediana está en la posición 23, y además, la frecuencia acumulada en el intervalo $[20, 29]$ es de 13 alumnos y en el intervalo $[30, 39]$ es de 28 alumnos, por lo que la mediana se encuentra en este último intervalo, por lo tanto la afirmación en C) es verdadera.

Ahora, la opción en D) es verdadera, porque al sumar el número de alumnos que hay en los intervalos $[0, 9]$ y $[10, 19]$ se obtiene 6, lo que significa que 6 alumnos obtuvieron a lo más 19 puntos, esto es, menor o igual a 19 puntos.

Por último, la afirmación en E) es falsa, la que sería la clave, ya que la moda de los puntajes de los alumnos no necesariamente se encuentra en el intervalo modal, por ejemplo, puede ser que los puntajes de los 17 alumnos que se encuentren en el intervalo modal, tengan puntajes distribuidos en todo el intervalo de 40 a 50 puntos, en cambio en el intervalo $[20, 29]$ los puntajes de los 7 alumnos puede ser 21.

Por otro lado, el distractor con mayor frecuencia es A) con un 31%. Los postulantes que prefirieron esta opción probablemente interpretaron que "la cantidad de alumnos que tienen al menos 20 puntos" significa, la cantidad de alumnos que tienen puntajes menores que 20 puntos, es decir, 6 alumnos, por lo que la afirmación en esta opción la consideraron falsa.

PREGUNTA 62

Al observar los grupos de datos P y Q de la tabla adjunta, se puede deducir que

A) solo las medias aritméticas y las modas de P y Q son iguales.
B) las medias aritméticas y las medianas de P y Q son iguales.
C) las medianas y las modas de P y Q son iguales.
D) las medias aritméticas, las medianas y las modas de P y Q son iguales.
E) las medias aritméticas, las medianas y las modas de P y Q son diferentes.

P	10	12	13	13	15	16
Q	10	12	13	13	15	17

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Datos y Azar
Área Temática: Datos
Nivel: Segundo Medio
Objetivo Fundamental: Comprender el concepto de dispersión y comparar características de dos o más conjuntos de datos, utilizando indicadores de tendencia central, de posición y de dispersión.
Contenido: Caracteristicas de dos muestras.
Habilidad Cognitiva: Comprensión
Clave: C

COMENTARIO

La pregunta está referida a la comparación de dos muestras de datos, haciendo uso de indicadores de tendencia central. En particular, el postulante debe comprender la variación que se produce, en las medidas de tendencia central, cuando solo uno de los datos de las distribuciones de datos es distinto.

En efecto, en la tabla se tiene que P y Q tienen la misma cantidad de datos y difieren en solo uno de ellos, por lo que se puede deducir, respecto a sus indicadores de tendencia central, que:

- La media aritmética del grupo Q es mayor que la del grupo P, pues el último valor del grupo Q es mayor que del grupo P.

- La mediana del grupo P es igual a la mediana del grupo Q, ya que el valor central en ambos casos corresponde a 13.

- El dato que se repite más veces en el grupo P y Q es 13, por lo tanto, la moda de ambos grupos es igual.

De lo anterior, se puede deducir que la opción correcta es C), ya que solo las medianas y las modas de P y Q son iguales.

Es probable que los postulantes que seleccionaron el distractor con mayor frecuencia, que es E) con un 14%, consideraron que los valores extremos de un conjunto de datos con las características de los grupos P y Q, influyen en el valor de la mediana y moda, por lo que al ser el último dato de la tabla mayor en Q que en P, el valor de estos indicadores serían diferentes.

PREGUNTA 63

Si a, b y c son tres números enteros cuya desviación estándar es σ, entonces la desviación estándar de na, nb y nc, con n un número entero positivo, es

A) $n^2\sigma$
B) σ
C) $\sqrt{n}\,\sigma$
D) $n\sigma$
E) $3n\sigma$

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Datos y Azar
Área Temática: Datos
Nivel: Segundo Medio
Objetivo Fundamental: Comprender el concepto de dispersión y comparar características de dos o más conjuntos de datos, utilizando indicadores de tendencia central, de posición y de dispersión.
Contenido: Desviación estándar de un conjunto de datos.
Habilidad Cognitiva: Aplicación
Clave: D

COMENTARIO

Para resolver el ítem el postulante debe comprender las variaciones que se producen en la desviación estándar de un conjunto de datos, al multiplicar cada uno de los datos por un mismo valor.

Así, si se considera la fórmula $\sigma = \sqrt{\dfrac{(x_1-\mu)^2+(x_2-\mu)^2+\ldots+(x_n-\mu)^2}{n}}$, para determinar la desviación estándar σ de n datos (x_1, x_2,… x_n) de una población, donde μ

corresponde al promedio de los n datos, se tiene que el promedio μ de los números a, b y c, es $\mu = \frac{a+b+c}{3}$, y su desviación estándar es $\sigma = \sqrt{\frac{(a-\mu)^2 + (b-\mu)^2 + (c-\mu)^2}{3}}$.

Ahora, para los datos na, nb y nc, el promedio es $\mu' = \frac{na+nb+nc}{3} = n \cdot \frac{a+b+c}{3} = n\mu$ y su desviación estándar es

$$\sigma' = \sqrt{\frac{(na-\mu')^2 + (nb-\mu')^2 + (nc-\mu')^2}{3}} = \sqrt{\frac{(na-n\mu)^2 + (nb-n\mu)^2 + (nc-n\mu)^2}{3}}$$
$$= \sqrt{\frac{n^2(a-\mu)^2 + n^2(b-\mu)^2 + n^2(c-\mu)^2}{3}}$$
$$= n\sqrt{\frac{(a-\mu)^2 + (b-\mu)^2 + (c-\mu)^2}{3}} = n\sigma$$

Por lo tanto, si la desviación estándar de a, b y c es σ, entonces la desviación estándar para el conjunto de datos na, nb y nc es $n\sigma$, siendo la opción D) la correcta.

El distractor con mayor frecuencia corresponde a A), con un 23%. Es probable que los postulante que lo escogieron consideraran que $\sigma' = \frac{(na-\mu')^2 + (nb-\mu')^2 + (nc-\mu')^2}{3}$, luego, $\sigma' = \frac{(na-n\mu)^2 + (nb-n\mu)^2 + (nc-n\mu)^2}{3} = n^2\left(\frac{(a-\mu)^2 + (b-\mu)^2 + (c-\mu)^2}{3}\right) = n^2\sigma$, es decir, confundieron la fórmula para calcular la desviación estándar con la de la varianza.

PREGUNTA 64

Sea el conjunto A formado por los elementos a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 y a_6, con desviación estándar σ y varianza σ^2. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

A) σ y σ^2 nunca serán iguales.
B) σ^2 nunca será cero.
C) Siempre $\sigma^2 > \sigma$.
D) Si los elementos de A son números impares consecutivos, entonces $\sigma = 1$.
E) Si los elementos de A son números enteros positivos distintos entre sí, entonces σ es mayor que cero.

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Datos y Azar
Área Temática: Datos
Nivel: Segundo Medio
Objetivo Fundamental: Comprender el concepto de dispersión y comparar características de dos o más conjuntos de datos, utilizando indicadores de tendencia central, de posición y de dispersión.
Contenido: Desviación estándar y varianza de un conjunto de datos.
Habilidad Cognitiva: Análisis, síntesis y evaluación
Clave: E

COMENTARIO

Este ítem apunta a la varianza σ^2 y a la desviación estándar σ de un conjunto de datos. Para resolverlo el postulante debe analizar cada una de las afirmaciones de las opciones y determinar su veracidad.

En A), se afirma que σ y σ^2 nunca serán iguales, esto es falso, ya que si σ = 1, entonces σ^2 = 1.

En B), se afirma que σ^2 nunca será igual a cero, esto es falso, pues si $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = a_5 = a_6 = k$, donde k es un número real, se tiene que el promedio $\mu = k$, luego,

$$\sigma^2 = \frac{(a_1-\mu)^2+(a_2-\mu)^2+(a_3-\mu)^2+(a_4-\mu)^2+(a_5-\mu)^2+(a_6-\mu)^2}{6}$$

$$= \frac{(k-k)^2+(k-k)^2+(k-k)^2+(k-k)^2+(k-k)^2+(k-k)^2}{6} = \frac{0}{6} = 0$$

y por lo tanto, $\sigma^2 = 0$.

En C), se afirma que siempre $\sigma^2 > \sigma$, lo cual es falso, porque si $\sigma^2 = 0{,}25$, entonces $\sigma = 0{,}5$, es decir, $\sigma^2 < \sigma$.

En D), se afirma que si los elementos de A son números impares consecutivos, entonces σ = 1, esto es falso, pues si se consideran los números impares consecutivos, 1, 3, 5, 7, 9 y 11, se tiene que $\mu = \frac{1+3+5+7+9+11}{6} = \frac{36}{6} = 6$, por lo que $\sigma = \sqrt{\frac{(1-6)^2+(3-6)^2+(5-6)^2+(7-6)^2+(9-6)^2+(11-6)^2}{6}} = \sqrt{\frac{70}{6}} \neq 1$.

En la opción E), se tiene que los elementos de A son números enteros positivos distintos entre sí, luego el promedio μ será un número positivo, con lo cual el cuadrado de la diferencia, entre cada elemento de A y el promedio μ, es un número mayor que cero, dando como resultado que la varianza sea un número mayor que cero, por tal motivo la afirmación de esta opción es verdadera, siendo dicha opción clave del ítem.

El distractor con mayor preferencia corresponde a la opción A), con una frecuencia del 10%. Probablemente los postulantes que marcaron esta opción, solo consideraron valores positivos y distintos de 1 para la varianza, en cuyo caso, si se cumple la afirmación.

PREGUNTA 65

Un grupo de veinte personas se reunió a comer en un restaurante. Doce comieron mariscos y ocho comieron carne. Al día siguiente, trece de ellos amanecieron enfermos, de los cuales nueve consumieron mariscos. Si de los enfermos se elige una persona al azar, ¿cuál es la probabilidad de que hubiese consumido carne?

A) $\frac{4}{20}$

B) $\frac{4}{13}$

C) $\frac{4}{8}$

D) $\frac{9}{13}$

E) $\frac{4}{9}$

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Datos y Azar

Área Temática: Azar

Nivel: Primero Medio

Objetivo Fundamental: Seleccionar la forma de obtener la probabilidad de un evento, ya sea en forma teórica o experimentalmente, dependiendo de las características del experimento aleatorio.

Contenido: Resolución de problemas, aplicando el cálculo de probabilidades mediante el modelo de Laplace.

Habilidad Cognitiva: Aplicación

Clave: B

COMENTARIO

Este ítem apunta a la resolución de problemas en contextos de incerteza, mediante el uso del modelo de Laplace. Para resolver este ítem el postulante debe aplicar la fórmula $P(A) = \frac{m}{n}$, donde P(A) es la probabilidad de que ocurra un suceso A, definido sobre un espacio muestral de n resultados posibles y donde el suceso A tiene m resultados favorables.

Ahora, del enunciado se tiene que de los 13 enfermos, 9 consumieron mariscos y 4 consumieron carne. Si se define el evento A como una persona enferma que consumió carne, la probabilidad de A es $P(A) = \frac{4}{13}$, resultado que se encuentra en la opción B).

El distractor con mayor frecuencia es A), con un 7% de adhesión, es probable que los postulantes que lo seleccionaron consideraron como los resultados posibles a todo el grupo de personas que se reunió a comer, por lo que la probabilidad de que ocurra A, es $P(A) = \frac{4}{20}$.

PREGUNTA 66

Carolina, Daniela, Antonia y Victoria pertenecen a un grupo. Un profesor debe elegir a dos de ellas para realizar un trabajo de matemática. ¿Cuál es el máximo número de combinaciones de parejas que se pueden formar con estas cuatro niñas?

A) 8
B) 2
C) 6
D) 12
E) 16

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Datos y Azar

Área Temática: Azar

Nivel: Primero Medio

Objetivo Fundamental: Obtener la cardinalidad de espacios muestrales y eventos, en experimentos aleatorios finitos, usando más de una estrategia y aplicarlo al cálculo de probabilidades en diversas situaciones.

Contenido: Técnicas combinatorias.

Habilidad Cognitiva: Aplicación

Clave: C

COMENTARIO

El ítem evalúa el contenido que tiene relación con el uso de las técnicas combinatorias para determinar el máximo número de combinaciones de dos personas, que es posible realizar a partir de un grupo de cuatro personas.

Para calcular la cantidad máxima de parejas que se pueden formar con Carolina, Daniela, Antonia y Victoria, se debe considerar que no importa el orden, por ejemplo, la pareja formada por Daniela y Antonia es la misma que la pareja formada por Antonia y Daniela. De esta manera, la cantidad de parejas que se pueden formar, está dada por la cantidad de combinaciones de 2 elementos que se pueden hacer desde un conjunto con 4 elementos, es decir, $\binom{4}{2} = \frac{4!}{(4-2)! \cdot 2!} = \frac{24}{4} = 6$, resultado que se encuentra en la opción C).

El distractor con mayor adhesión es D), con un 20%, quizás los postulantes que seleccionaron este distractor consideraron que el orden sí importa y que una pareja formada, por ejemplo, entre Daniela y Antonia es distinta a una pareja formada por Antonia y Daniela, por lo que calcularon la variación de 2 elementos entre un conjunto de 4 elementos, es decir $\frac{4!}{(4-2)!} = \frac{24}{2} = 12$.

PREGUNTA 67

¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **siempre** verdadera(s)?

I) Al lanzar un dado común, para que salga un 6 es necesario lanzarlo como mínimo 6 veces.
II) Al lanzar una moneda dos veces, los casos favorables de obtener dos caras es la misma de obtener dos sellos.
III) Al lanzar seis dados comunes a la vez, la probabilidad de que en todos ellos aparezca el 1 es 0.

A) Solo II
B) Solo I y II
C) Solo I y III
D) Solo II y III
E) I, II y III

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Datos y Azar
Área Temática: Azar
Nivel: Primero Medio
Objetivo Fundamental: Seleccionar la forma de obtener la probabilidad de un evento, ya sea en forma teórica o experimentalmente, dependiendo de las características del experimento aleatorio.
Contenido: Resolución de problemas aplicando el cálculo de probabilidades mediante el modelo de Laplace.
Habilidad Cognitiva: Análisis, síntesis y evaluación
Clave: A

COMENTARIO

Para resolver el ítem el postulante debe analizar tres afirmaciones mediante el modelo de Laplace, para determinar aquellas que son siempre verdaderas.

Para analizar la afirmación en I) se tiene que al lanzar un dado común, todas las caras son equiprobables de salir, por lo que no se puede afirmar que el número 6 saldrá en el sexto lanzamiento, ya que este número puede salir en cualquier lanzamiento, no siendo necesario lanzar el dado como mínimo en seis ocasiones, por lo tanto, la afirmación en I) es falsa.

En II), mediante el siguiente diagrama de árbol se muestran los casos posibles de obtener al lanzar una moneda una vez y lanzarla dos veces:

- Cara
  - Cara, Cara
  - Cara, Sello
- Sello
  - Sello, Sello
  - Sello, Cara

Ahora, al observar el diagrama de árbol se tiene que la cantidad de casos en los que se obtienen dos caras es 1 y la cantidad de casos en los que se obtienen dos sellos también es 1, por lo tanto, la afirmación en II) es verdadera.

En III), se afirma que al lanzar seis dados comunes la probabilidad de que en todos ellos aparezca el 1 es 0, esta afirmación es falsa, pues la probabilidad de que esto ocurra es $\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{6^6}$.

Luego, por el análisis anterior la opción correcta es A). La opción B) es el distractor que más seleccionaron los postulantes, con un 21% de las preferencias, aquellos que lo seleccionaron tal vez consideraron que, como son seis los casos posibles al lanzar un dado común, se necesitan como mínimo seis lanzamientos para que ocurran todos los casos posibles, por lo tanto, se necesitarían como mínimo seis lanzamientos para asegurar que salga el número 6 en uno de ellos.

PREGUNTA 68

Se tienen tres cajas con dos bolitas, una de color azul y otra de color blanco, en cada una de ellas y todas las bolitas son del mismo tipo. Si se extrae al azar una bolita de cada caja, ¿cuál es la probabilidad de que éstas sean dos azules y una blanca?

A) $\frac{2}{9}$

B) $\frac{3}{8}$

C) $\frac{1}{4}$

D) $\frac{1}{8}$

E) $\frac{3}{4}$

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Datos y Azar

Área Temática: Azar

Nivel: Segundo Medio

Objetivo Fundamental: Aplicar propiedades de la suma y producto de probabilidades, en diversos contextos, a partir de la resolución de problemas que involucren el cálculo de probabilidades.

Contenido: Propiedades de la suma y del producto de probabilidades.

Habilidad Cognitiva: Aplicación

Clave: B

COMENTARIO

Esta pregunta tiene relación con la resolución de problemas de cálculo de probabilidad de eventos independientes, aplicando las propiedades de la suma y del producto de probabilidades.

En efecto, como en el enunciado se informa que en cada caja se encuentra una bolita de color azul y otra de color blanco, se tienen las siguientes posibles extracciones, en las que dos de las bolitas son de color azul y una es de color blanco: azul-azul-blanco ó azul-blanco-azul ó blanco-azul-azul.

Por otro lado, se definen los sucesos, A: extraer una bolita de color azul y B: extraer una bolita de color blanco. Además, como estos dos sucesos son independientes y la probabilidad de extraer una bolita azul es igual a la probabilidad de extraer una bolita blanca de alguna de las cajas, donde esta probabilidad es $\frac{1}{2}$, se tiene que la probabilidad de que ocurran las posibles extracciones mencionadas anteriormente, es

$$P(A)\cdot P(A)\cdot P(B) + P(A)\cdot P(B)\cdot P(A) + P(B)\cdot P(A)\cdot P(A) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}$$
$$= \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

Resultado que se encuentra en la opción B) y el distractor con mayor frecuencia corresponde a la opción D), con una adhesión del 18%. Es probable que los postulantes que marcaron esta opción consideraron solamente una combinación en las extracciones, por ejemplo azul-azul-blanco, por lo que la probabilidad de que las bolitas sean dos de color azul y una de color blanco es $P(A)\cdot P(A)\cdot P(B) = \frac{1}{8}$.

PREGUNTA 69

Si se lanzan 5.000 veces dos dados comunes, entonces según la Ley de los Grandes Números, ¿en qué porcentaje, aproximadamente, de esas repeticiones, ocurrirá que la suma de los números obtenidos será mayor o igual a 6?

A) En un 8%
B) En un 14%
C) En un 36%
D) En un 58%
E) En un 72%

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Datos y Azar
Área Temática: Azar
Nivel: Segundo Medio
Objetivo Fundamental: Comprender que la media muestral de pruebas independientes de un experimento aleatorio se aproxima a la media de la población a medida que el número de pruebas crece.
Contenido: Ley de los Grandes Números.
Habilidad Cognitiva: Aplicación
Clave: E

COMENTARIO

El ítem apunta a la aplicación de la Ley de los Grandes Números, la cual plantea que a medida que aumenta el número de repeticiones de un experimento aleatorio, la frecuencia relativa de un suceso se aproxima cada vez más a su probabilidad teórica.

Ahora, en el experimento de lanzar dos dados comunes, se tiene que la probabilidad de que la suma de los números obtenidos sea mayor o igual a 6 es $\frac{26}{36}$.

Así, por la Ley de los Grandes Números, al aumentar la repetición del experimento antes mencionado, como se indica en el enunciado, repetirlo 5.000 veces, se debe cumplir que la frecuencia relativa de que la suma de los números obtenidos sea mayor o igual a 6 debiese ser, aproximadamente, $\frac{26}{36} = 0{,}7\overline{2}$, lo que en términos de porcentaje es, aproximadamente, un 72%, por lo tanto la clave es E).

El distractor más marcado fue D), con un 23% de las preferencias, posiblemente los postulantes al determinar la probabilidad teórica solo consideraron los casos en que se obtenía una suma mayor que 6 y no los casos en que la suma es igual a 6.

PREGUNTA 70

Una caja contiene en total 10 fichas del mismo tipo y solo de dos colores, m son azules y n son rojas. Si se extraen al azar 4 fichas a la vez de la caja y se define la variable aleatoria X como el número de fichas azules que se obtienen, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) Si $3m = 7n$, entonces los posibles valores de X son: 1, 2, 3 y 4.
II) Si $n = m + 6$, entonces los posibles valores de X son: 2, 3 y 4.
III) Si $\frac{m}{n} = 1$, entonces los posibles valores de X son: 0, 1, 2, 3 y 4.

A) Solo I
B) Solo II
C) Solo III
D) Solo I y III
E) I, II y III

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Datos y Azar
Área Temática: Azar
Nivel: Segundo Medio
Objetivo Fundamental: Comprender el concepto de variable aleatoria y aplicarlo en diversas situaciones que involucran experimentos aleatorios.
Contenido: Variable aleatoria discreta.
Habilidad Cognitiva: Análisis, síntesis y evaluación
Clave: D

COMENTARIO

El ítem está relacionado a la aplicación del concepto de variable aleatoria discreta en diferentes situaciones que involucran el azar, para resolverlo el postulante debe analizar las condiciones que se muestran en cada una de las afirmaciones para determinar el recorrido de una variable aleatoria, que es lo mismo que los posibles valores que puede tomar la variable aleatoria.

Del enunciado se tiene que una caja contiene en total 10 bolitas del mismo tipo, donde m son azules y n son rojas, entonces se tiene la igualdad m + n = 10.

En I), se dice que 3m = 7n, que es equivalente a m = $\frac{7n}{3}$, concluyendo que el número de bolitas rojas es un múltiplo de 3, es decir, n $\in$ $\{0, 3, 6, 9, \ldots\}$, pero como n + m = 10 y la caja contiene bolitas de ambos colores, el único valor que puede tomar n es 3, así m es 7. Ahora, la variable aleatoria X está definida como el número de bolitas azules que se pueden obtener al sacar cuatro bolitas a la vez, luego se concluye que los valores que puede tomar X son 1, 2, 3 y 4, debido a que solo hay 3 bolitas rojas, por lo que la afirmación en I) es verdadera.

Por su parte, en II) se indica que n = m + 6 y como m + n = 10, se llega a que m = 2 y n = 8, luego X puede tomar los valores 0, 1 y 2, por lo tanto la afirmación en II) es falsa.

En III), se tiene que $\frac{m}{n} = 1$, lo que significa que m = n, por lo tanto m = 5 y n = 5, luego, los posibles valores de X son 0, 1, 2, 3 y 4, con lo que se puede concluir que la afirmación en III) es verdadera.

Del análisis anterior, se obtiene que las afirmaciones en I) y en III) son verdaderas, luego la opción D) es la correcta. El distractor más marcado fue C) con una frecuencia del 11%, es probable que los postulantes consideraran que, dada la igualdad 3m = 7n, se tiene que m = 3 y n = 7, luego los posibles valores de X son 0, 1, 2 y 3.

PREGUNTA 71

Una urna contiene 20 bolitas, todas del mismo tipo, seis están marcadas con el 1, diez con el 2 y cuatro con el 3. Se saca una bolita al azar de la urna, se registra su número y se devuelve a la urna, luego se saca otra bolita al azar y se registra su número. Si se define la variable aleatoria X como “el producto de los números de las bolitas extraídas”, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) Los valores que puede tomar la variable X son 1, 2, 3, 4, 6 ó 9.

II) $P(X = 2) = \dfrac{3}{20}$

III) $P(X = 1) = \dfrac{9}{100}$

A) Solo I
B) Solo II
C) Solo I y III
D) Solo II y III
E) I, II y III

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Datos y Azar

Área Temática: Azar

Nivel: Segundo Medio

Objetivo Fundamental: Comprender el concepto de variable aleatoria y aplicarlo en diversas situaciones que involucran experimentos aleatorios.

Contenido: Variable aleatoria discreta.

Habilidad Cognitiva: Aplicación

Clave: C

COMENTARIO

Esta pregunta está referida a la aplicación del concepto de variable aleatoria discreta en diferentes situaciones que involucran el azar. Para su resolución el postulante debe determinar el recorrido que toma la variable aleatoria definida en el enunciado y además, calcular la probabilidad de que esta variable tome el valor 2 y la probabilidad de que esta variable tome el valor 1.

Según los datos del enunciado, en la urna hay bolitas marcadas con los números 1, 2 ó 3 y el experimento consiste en extraer dos bolitas, una a continuación de la otra, con reposición y anotar los números extraídos, definiéndose la variable aleatoria X como el producto de los números de las bolitas extraídas, luego todos los valores que puede tomar X son todos los productos que se pueden obtener con las combinaciones de a dos entre el 1, el 2 y el 3, es decir, $1\cdot1 = 1$, $1\cdot2 = 2$, $1\cdot3 = 3$, $2\cdot2 = 4$, $2\cdot3 = 6$ y $3\cdot3 = 9$, o sea, X puede tomar los valores 1, 2, 3, 4, 6 ó 9, lo que implica que la afirmación en I) es verdadera.

Ahora, P(X = 2) es la probabilidad de que X tome el valor 2, lo cual ocurre cuando en la primera extracción sale un 1 y en la segunda extracción sale un 2 o viceversa, es decir, la probabilidad pedida es igual a 2 veces la probabilidad de que en la primera extracción salga el 1 por la probabilidad de que en la segunda extracción salga el 2. Como en el enunciado se dice que las bolitas se extraen con reposición y que en la urna hay en total 20 bolitas, de las cuales 6 están marcadas con el 1 y 10 están marcadas con el 2, se tiene que $P(X = 2) = 2 \cdot \frac{6}{20} \cdot \frac{10}{20} = \frac{6}{20}$, valor que es distinto a lo que se plantea en la afirmación dada en II), luego ésta es falsa.

Por último, para determinar P(X = 1), hay que calcular la probabilidad de que X tome el valor 1, lo que sucede cuando en ambas extracciones sale el 1, de tal manera que $P(X = 1) = \frac{6}{20} \cdot \frac{6}{20} = \frac{36}{400} = \frac{9}{100}$, por lo que la afirmación en III) es verdadera.

Como las afirmaciones en I) y en III) son las únicas verdaderas, la clave es C) y el distractor con mayor frecuencia fue A), con un 13% de adhesión, quizás los que marcaron esta opción determinaron que $P(X = 1) = \frac{1}{6}$, ya que de los 6 elementos del recorrido de X, solo uno es 1, por lo que determinan que la afirmación en III) es falsa.

PREGUNTA 72

Si P es una función de probabilidad en un experimento aleatorio donde se definen dos sucesos A y B, con $P(A) \neq 0$ y $P(B) \neq 0$, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **siempre** verdadera(s)?

I) Si A y B son mutuamente excluyentes, entonces P(A/B) = 0.
II) Si A y B son mutuamente excluyentes, entonces P(B/A) = P(B).
III) Si A y B son independientes, entonces P(A/B) = P(B/A).

A) Solo I
B) Solo II
C) Solo III
D) Solo I y III
E) Solo II y III

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Datos y Azar
Área Temática: Azar
Nivel: Tercero Medio
Objetivo Fundamental: Comprender el concepto de probabilidad condicional y aplicarlo en diversas situaciones que involucren el cálculo de probabilidades.
Contenido: Probabilidad Condicional.
Habilidad Cognitiva: Comprensión
Clave: A

COMENTARIO

El postulante para verificar la veracidad de las afirmaciones dadas en la pregunta debe comprender la definición de la probabilidad condicional, la cual indica que la probabilidad de que ocurra un suceso M, dado que ocurrió un suceso N, está dado por $P(M/N) = \frac{P(M \cap N)}{P(N)}$, con $P(N) \neq 0$. Junto a esto, debe comprender que dos sucesos, M y N, son mutuamente excluyentes si no pueden suceder simultáneamente y por lo tanto, su intersección es vacía y además, si M y N son independientes, la ocurrencia de uno de ellos no afecta la probabilidad de ocurrencia del otro, o sea, $P(M/N) = P(M)$, pues $P(M \cap N) = P(M) \cdot P(N)$.

Así, $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ y como en I) se indica que A y B son sucesos mutuamente excluyentes, es decir, $P(A \cap B) = 0$, por lo que $P(A/B) = \frac{0}{P(B)} = 0$, ya que $P(B) \neq 0$, luego la afirmación en I) es verdadera.

Ahora, de forma similar a lo desarrollado en I) se tiene que $P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0}{P(A)} = 0$, pues $P(A) \neq 0$, siendo la afirmación planteada en II) falsa.

Por último, en III) se tiene que A y B son sucesos independientes, es decir, $P(A/B) = P(A)$, ya que B no influye en A y $P(B/A) = P(B)$, pues A no influye en B. Ahora, como P(A) y P(B) no son necesariamente iguales, P(A/B) y P(B/A) no siempre son iguales, lo que implica que la afirmación en III) también es falsa.

Como solo la afirmación planteada en I) es verdadera, se tiene que la clave es A) y en relación a los distractores, D) fue el más marcado con el 14% de las preferencias, posiblemente los postulantes que marcaron esta opción consideraron que siempre $P(A) = P(B)$.

PREGUNTA 73

En el experimento de lanzar dos dados comunes se define la variable aleatoria X como el valor absoluto de la diferencia de los números que se obtienen. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

A) $P(X \geq 0) = 1$
B) $P(X \geq 2) = \frac{10}{21}$
C) $P(X = 0) = \frac{6}{36}$
D) El recorrido de X es $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.
E) $P(X \leq 5) = 1$

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Datos y Azar
Área Temática: Azar
Nivel: Tercero Medio
Objetivo Fundamental: Relacionar y aplicar los conceptos de variable aleatoria discreta, función de probabilidad y distribución de probabilidad, en diversas situaciones que involucran experimentos aleatorios.
Contenido: Variable aleatoria discreta.
Habilidad Cognitiva: Aplicación
Clave: B

COMENTARIO

Este ítem hace referencia al contenido de variable aleatoria discreta, donde el postulante debe determinar el recorrido de la variable aleatoria X definida en el enunciado y la probabilidad de que X tome el conjunto de valores indicados en las opciones, recordando que la probabilidad de un evento que siempre ocurre es 1, para así encontrar la afirmación que es falsa.

Del enunciado se tiene que el experimento consiste en lanzar dos dados comunes y en él se define la variable aleatoria X como el valor absoluto de la diferencia de los números que se obtienen. Una forma de visualizar los valores que toma X es la siguiente tabla de doble entrada, considerando los dos dados como dado 1 y dado 2.

X		Resultado del dado 2					
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Resultado del dado 1	**1**	0	1	2	3	4	5
	2	1	0	1	2	3	4
	3	2	1	0	1	2	3
	4	3	2	1	0	1	2
	5	4	3	2	1	0	1
	6	5	4	3	2	1	0

En A) se indica que $P(X \geq 0) = 1$, lo cual es verdadero, ya que la variable aleatoria X siempre toma un valor mayor o igual que cero, tal como se observa en la tabla y por lo tanto, tiene probabilidad 1.

Ahora, en B) la probabilidad de que X tome un valor mayor o igual a 2, es decir, $P(X \geq 2)$, es equivalente a la probabilidad de que X tome los valores 2, 3, 4 ó 5, y de la tabla se tiene que los casos totales que se pueden dar entre los dados son 36 y los casos favorables que permiten obtener los valores pedidos son 20, luego $P(X \geq 2) = \frac{20}{36} = \frac{10}{18}$, valor distinto al dado en la igualdad planteada en B), por lo que ésta es falsa.

En la opción C) se plantea que $P(X = 0) = \frac{6}{36}$, lo que es verdadero pues hay 6 casos en los que la variable aleatoria X puede tomar el valor 0, de las 36 posibilidades como se observa en la tabla.

En cuanto a la opción D), de la tabla se tiene que la variable X puede tomar los valores 0, 1, 2, 3, 4 ó 5, que son los valores que se obtienen al realizar la diferencia entre los valores obtenidos por los dados, en valor absoluto, así estos valores conforman el recorrido de X, de manera que la afirmación dada en este caso es verdadera.

Por último, de la tabla se obtiene que X siempre toma valores menores o iguales que 5, por lo que $P(X \leq 5) = 1$, lo que implica que la igualdad en E) es verdadera.

Del desarrollo anterior la clave es B). Por su parte, el distractor D) fue el que obtuvo la mayor frecuencia, con una adhesión del 11%, quizás los postulantes que marcaron esta opción pensaron que el recorrido de la variable aleatoria X está compuesto por los valores que se obtienen al lanzar un dado, es decir, $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, o bien solo se quedan con la diferencia, sin considerar su valor absoluto, obteniendo que el recorrido es:

$\{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

PREGUNTA 74

Se construye un rectángulo de perímetro L. Se puede determinar que las medidas de todos los lados del rectángulo son números enteros, si se sabe que:

(1) L es un número entero.
(2) Se puede construir un triángulo equilátero de perímetro L de manera que la medida de su lado es un número entero.

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Números
Área Temática: Números
Nivel: Primero Medio
Objetivo Fundamental: Comprender que los números racionales constituyen un conjunto numérico en el que es posible resolver problemas que no tienen solución en los números enteros y caracterizarlos como aquellos que pueden expresarse como un cuociente de dos números enteros con divisor distinto de cero.
Contenido: Números Racionales.
Habilidad Cognitiva: Análisis, síntesis y evaluación
Clave: E

COMENTARIO

En esta pregunta de suficiencia de datos el postulante debe analizar las condiciones dadas en (1) y en (2), para determinar si con ellas juntas o separadas, se puede determinar que las medidas de los lados de un rectángulo de perímetro L son números enteros, sin necesidad de determinar estas medidas.

Si se designa por x e y a las medidas de los lados del rectángulo de perímetro L, entonces $2x + 2y = L$, que es equivalente a $x + y = \frac{L}{2}$.

En (1) se indica que L es un número entero, por lo que se pueden dar dos casos, que L sea un número par o que sea un número impar. Si L es par, entonces $\frac{L}{2}$ es un número entero, o sea, $x + y$ es un número entero y por lo tanto, x e y pueden ser ambos números enteros o ambos pueden ser fracciones que sumadas dan un número entero. Ahora, si L es un número impar, se tiene que $x + y$ es una fracción, de donde se obtiene que x e y pueden ser fracciones, o bien, uno de ellos puede ser fracción y el otro un número entero. De esta manera, con la condición dada en (1) no se puede concluir que x e y sean números enteros.

En (2), se plantea que se puede construir un triángulo equilátero de perímetro L, tal que la medida de su lado es un número entero, es decir, $\frac{L}{3}$ es un número entero, lo que implica que L es un número múltiplo de 3, o sea L = 3k, con k un número entero. Luego, $x + y = \frac{3k}{2}$, lo que indica que x + y es un número entero o una fracción, dependiendo del valor de k, lo que tampoco permite concluir que x e y sean números enteros.

Ahora, si se consideran juntas las condiciones dadas en (1) y en (2), se tiene que L es un número entero múltiplo de 3, lo cual no entrega información adicional a la ya expuesta que permita determinar que x e y sean números enteros, luego se requiere de información adicional para resolver el ítem, por lo que la clave es E).

En relación a los distractores, todos obtuvieron porcentajes de adhesión muy similares, posiblemente dependiendo del caso, los postulantes no se dieron cuenta que la suma de dos fracciones puede dar por resultado un número entero.

PREGUNTA 75

La ecuación x + b = mx + n, cuya incógnita es x, tiene una solución distinta de cero, si:

(1) $b \neq n$
(2) $m \neq 1$

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Álgebra
Área Temática: Álgebra
Nivel: Primero Medio
Objetivo Fundamental: Aplicar modelos lineales que representan la relación entre variables, diferenciar entre verificación y demostración de propiedades y analizar estrategias de resolución de problemas de acuerdo con criterios definidos, para fundamentar opiniones y tomar decisiones.
Contenido: Ecuaciones literales de primer grado.
Habilidad Cognitiva: Análisis, síntesis y evaluación
Clave: C

COMENTARIO

Para resolver este ítem el postulante debe ser capaz de resolver la ecuación literal de primer grado dada en el enunciado y analizar las condiciones que deben cumplir los parámetros involucrados en la solución de dicha ecuación para que sea distinta de cero.

Así, la resolución de la ecuación, en x, del enunciado se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} x + b &= mx + n \\ x - mx &= n - b \\ x(1 - m) &= n - b \\ x &= \frac{n - b}{1 - m} \end{aligned}$$

Ahora, con la condición dada en (1), es decir, $b \neq n$, se determina que el numerador $(n - b)$ de la solución de la ecuación no puede ser cero, pero nada se sabe del denominador, por lo que no se puede concluir que $x \neq 0$, para cualquier valor de m, ya que si el denominador es cero el valor de x no existe.

Por otro lado, con la condición dada en (2), $m \neq 1$, se puede determinar que el denominador $(1 - m)$ de la solución de la ecuación es distinto de cero, pero nada se sabe del numerador, por lo que tampoco es suficiente esta condición para concluir que $x \neq 0$, para cualquier valor de b y n.

En cambio, si se consideran las relaciones dadas en (1) y en (2) juntas, se obtiene que tanto el numerador como el denominador de la solución de la ecuación son distintas de cero y por lo tanto, se puede concluir que $x \neq 0$.

De esta forma, la clave es C) y el distractor con mayor frecuencia fue D), con un 9% de las preferencias. Los postulantes que lo marcaron quizás creyeron que basta con que el numerador o el denominador de una fracción sea distinto de cero para concluir que la fracción sea distinta de cero.

PREGUNTA 76

Se puede determinar el valor de q en la función real $f(x) = \log_3 (4x + q)$, si se sabe que:

(1) $f\left(\frac{15}{2}\right) = 3$

(2) La gráfica de f intersecta al eje x en el punto (1, 0).

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Álgebra
Área Temática: Funciones
Nivel: Segundo Medio
Objetivo Fundamental: Utilizar las funciones exponencial, logarítmica y raíz cuadrada como modelos de situaciones o fenómenos en contextos significativos y representarlas gráficamente en forma manual.
Contenido: Función logarítmica.
Habilidad Cognitiva: Análisis, síntesis y evaluación
Clave: D

COMENTARIO

Esta pregunta apunta al contenido de función logarítmica, donde el postulante debe analizar si las condiciones dadas en (1) y en (2) permiten determinar el parámetro q de la función $f(x) = \log_3 (4x + q)$, para lo cual puede valorar la función en $\frac{15}{2}$ y aplicar la definición de logaritmos. Además, debe recordar que si un punto (a, b) pertenece a la gráfica de una función f, entonces b es la imagen a.

Con la relación dada en (1), se obtiene que $f\left(\frac{15}{2}\right) = \log_3 \left(4 \cdot \frac{15}{2} + q\right) = 3$, de donde se puede calcular el valor de q, aplicando la definición de logaritmos.

Por otra parte, en (2) se indica que la gráfica de f intersecta al eje x en el punto (1, 0), lo que implica que f(1) = 0, por lo que se puede plantear la igualdad $\log_3 (4 \cdot 1 + q) = 0$, luego aplicando la definición de logaritmos se puede obtener el valor de q.

Como con las condiciones dadas en (1) y en (2) por separado se puede determinar el valor de q, la clave es D) y el distractor más seleccionado fue A), con un 16% de las preferencias, es posible que los postulantes que marcaron esta opción no fueran capaces de relacionar las coordenadas del punto donde la gráfica de f intersecta al eje x, con la imagen y preimagen respectiva de esa función.

PREGUNTA 77

En un sistema de ejes coordenados se puede determinar el radio de una circunferencia, si se conoce:

(1) El centro de la circunferencia y un punto de ella.
(2) Dos puntos de la circunferencia.

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Geometría

Área Temática: Geometría Posicional y Métrica

Nivel: Tercero Medio

Objetivo Fundamental: Comprender la geometría cartesiana como un modelo para el tratamiento algebraico de los elementos y relaciones entre figuras geométricas.

Contenido: Distancia entre dos puntos del plano cartesiano.

Habilidad Cognitiva: Análisis, síntesis y evaluación

Clave: A

COMENTARIO

Para responder esta pregunta, el postulante debe identificar los elementos que se necesitan para calcular la distancia entre dos puntos, analizando en este caso, qué puntos de la circunferencia se necesitan conocer para determinar el radio de ella.

De esta manera, en (1) se dan por conocido el centro de la circunferencia y un punto de ella, lo cual permite determinar el radio de dicha circunferencia calculando la distancia entre estos dos puntos, pues por definición, el radio de una circunferencia es el segmento que une el centro de la circunferencia con un punto de ésta.

En cambio, en (2) se dan por conocidos dos puntos de la circunferencia, lo que solo permite determinar la medida de la cuerda que pasa por esos dos puntos.

Por lo tanto, como solo con la información dada en (1) se puede determinar el radio de la circunferencia, la clave es A) y el distractor con mayor adhesión fue D), con un 15% de las preferencias, es posible que los postulantes marcaran esta opción, al asumir que la cuerda que pasaba por dos puntos de la circunferencia es un diámetro de ella y por lo tanto, el radio se podría obtener como la mitad de la medida del diámetro.

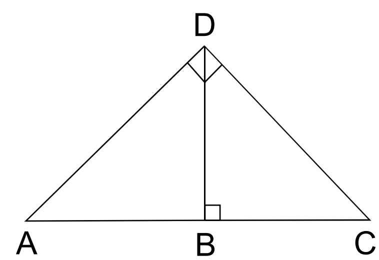
PREGUNTA 78

En el triángulo ACD de la figura 14, se puede determinar la medida del segmento BC, si:

(1) AB = 3 cm
(2) Se conoce la medida del segmento DC.

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

fig. 14



FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Geometría
Área Temática: Geometría Proporcional
Nivel: Segundo Medio
Objetivo Fundamental: Comprender conceptos, propiedades, identificar invariantes y criterios asociados al estudio de la semejanza de figuras planas y sus aplicaciones a los modelos a escala.
Contenido: Teorema de Euclides.
Habilidad Cognitiva: Análisis, síntesis y evaluación
Clave: C

COMENTARIO

El postulante para responder este ítem debe considerar si los datos dados en (1) y/o en (2) le permiten determinar la medida del segmento BC. De la figura se tiene que el Δ ACD es rectángulo en D y que el segmento DB es una de sus alturas.

Por su parte, en (1) se da por conocida la medida del segmento AB, pero no se conoce la medida de ningún otro segmento, por lo que no se puede establecer ninguna relación que permita determinar la medida del segmento pedido.

Por otro lado, en (2) se dice conocer la medida del segmento DC, pero de igual manera que en el caso anterior, con este dato no se puede establecer una relación entre las medidas de los segmentos que permita resolver el problema.

Ahora, considerando que el Δ ACD es rectángulo, $\overline{DB} \perp \overline{AC}$ y con los datos entregados en (1) y en (2), se puede aplicar el Teorema de Euclides relativo a un cateto, es decir, se puede plantear la relación $DC^2 = BC \cdot AC$ y como AC = BC + AB, se tiene $DC^2 = BC(BC + 3)$, con DC un valor conocido, de donde se puede determinar la medida del segmento BC, ya que esta ecuación tiene solo una raíz positiva, por lo que la clave es C).

En cuanto a los distractores, el de mayor frecuencia fue E), con un 20% de las preferencias, quizás los postulantes pensaron que como no daban el valor numérico de la medida del segmento DC no se podía determinar el valor numérico de la medida del segmento BC, sin considerar que en este tipo de ítem, solo se debe analizar las condiciones que permiten dar respuesta al problema planteado, sin necesidad de encontrar el valor respectivo.

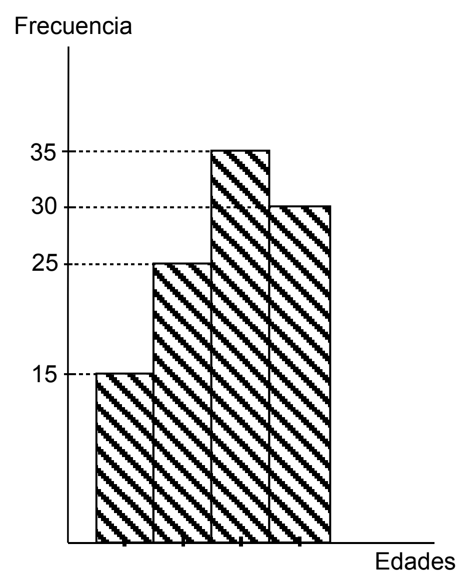
PREGUNTA 79

El histograma de la figura 15 muestra la distribución de las edades de un grupo de personas, en donde no se han indicado las edades de ellas. Se puede determinar la media aritmética de las edades dadas en el gráfico, si se conoce:

(1) El valor de la mediana de la distribución.
(2) El valor de las marcas de clases de cada intervalo de la distribución.

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

fig. 15



FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Datos y Azar
Área Temática: Datos
Nivel: Primero Medio
Objetivo Fundamental: Interpretar y producir información, en contextos diversos, mediante gráficos que se obtienen desde tablas de frecuencia, cuyos datos están agrupados en intervalos.
Contenido: Medidas de tendencia central.
Habilidad Cognitiva: Análisis, síntesis y evaluación
Clave: B

COMENTARIO

En este caso, la pregunta apunta al contenido de las medidas de tendencia central calculadas a partir de los datos presentados en un histograma, en particular se pide analizar si se puede determinar la media aritmética de las edades agrupadas en el gráfico, la cual se puede calcular como la suma de los productos entre las marcas de clase de los intervalos de la distribución representada en el histograma y sus frecuencias respectivas, dividida por el total de personas que componen el grupo.

Así, del gráfico se tienen las frecuencias de cada uno de los intervalos de la distribución, correspondiente a la altura de cada una de las barras del histograma y el número total de personas, que es la suma de todas las frecuencias que aparecen en el gráfico, pero se desconocen las marcas de clase de los intervalos, pues en el eje de las edades no aparece ningún dato.

En (1), se plantea que se conoce el valor de la mediana de la distribución, es decir, el valor central, pero como éste no tiene por qué ser igual a la media aritmética y como además, no se entrega información sobre las marcas de clase, entonces no se puede dar respuesta a la pregunta.

En cambio, en (2) se entrega la información de que se conocen las marcas de clase de cada intervalo de la distribución, que eran los datos que faltaban para determinar la media aritmética de las edades dadas en el gráfico, luego la clave es B).

El distractor más seleccionado fue D), con una adhesión del 10%, posiblemente, los postulantes pensaron que la mediana y la media aritmética eran iguales.

PREGUNTA 80

Antonia salió a un restaurante a almorzar y debe elegir un menú consistente en a lo menos una ensalada y a lo menos un tipo de carne. Se puede determinar la cantidad de combinaciones distintas de este tipo de alimentos que puede elegir Antonia, si se sabe que:

(1) Hay 9 ensaladas distintas y 3 tipos de carne.
(2) Antonia elige solo una ensalada y solo un tipo de carne.

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

FICHA DE REFERENCIA CURRICULAR

Eje Temático: Datos y Azar

Área Temática: Azar

Nivel: Segundo Medio

Objetivo Fundamental: Obtener la cardinalidad de espacios muestrales y eventos, en experimentos aleatorios finitos, usando más de una estrategia y aplicarlo al cálculo de probabilidades en diversas situaciones.

Contenido: Técnicas combinatorias.

Habilidad Cognitiva: Análisis, síntesis y evaluación

Clave: A

COMENTARIO

Este ítem apunta a las técnicas combinatorias que permiten determinar la cantidad de combinaciones distintas de menú que puede elegir Antonia consistente en al menos una ensalada y a lo menos un tipo de carne, no importando el orden en que se encuentren.

Para responder la pregunta se designará por x al número de ensaladas distintas y por z al número de tipos de carne de los que se dispone en el restaurante. Del enunciado se tiene que Antonia puede elegir al menos una ensalada, es decir, de 1 a x ensaladas y además, puede elegir a lo menos un tipo de carne, o sea, de 1 a z tipos de carne, luego para determinar la cantidad de combinaciones distintas de alimentos que Antonia puede elegir se debe calcular el valor de:

$$\binom{x}{1}\cdot\binom{z}{1} + \binom{x}{1}\cdot\binom{z}{2} +\ldots+ \binom{x}{1}\cdot\binom{z}{z} + \binom{x}{2}\cdot\binom{z}{1} +\ldots+ \binom{x}{2}\cdot\binom{z}{z} +\ldots+ \binom{x}{x}\cdot\binom{z}{1} +\ldots+ \binom{x}{x}\cdot\binom{z}{z}$$

Ahora, en (1), se indica que hay 9 ensaladas distintas y 3 tipos de carne, de donde $x = 9$ y $z = 3$, luego con estos datos se puede determinar lo solicitado, reemplazando estos valores en la expresión anterior.

Por otra parte, en (2), se plantea que Antonia elige solo una ensalada y solo un tipo de carne, por lo que la cantidad total de combinaciones distintas que ella puede elegir es $\binom{x}{1} \cdot \binom{z}{1}$, pero se desconocen los valores de x y z, por lo que con la condición dada en (2) no es posible dar solución al problema.

Como solo con los datos entregados en (1) se puede determinar lo pedido, entonces la clave es A). En cuanto a los distractores, D) fue el más marcados con un 13%, quizás los postulantes que lo eligieron pensaron que al elegir una ensalada y un tipo de carne solo se podía formar una combinación.

UNIVERSIDAD DE CHILE
Vicerrectoría de Asuntos Académicos
Departamento de Evaluación, Medición y Registro Educacional

Avenida José Pedro Alessandri 685 Ñuñoa, Santiago - Chile
Fono: (56 2) 2978 38 00. E-mail: demre@uchile.cl