EL MERCURIO

PSU®

PROCESO DE ADMISIÓN 2009

RESOLUCIÓN FACSÍMIL

PRUEBA MATEMÁTICA PARTE I

EN ESTE DOCUMENTO, PROFESORES Y ALUMNOS PODRÁN ENCONTRAR LOS COMENTARIOS DE LAS 18 PRIMERAS PREGUNTAS QUE APARECEN EN EL FACSÍMIL DE MATEMÁTICA PUBLICADO EL 22 DE MAYO EN EL MERCURIO.

ES IMPORTANTE RECORDAR QUE ESTAS PREGUNTAS FUERON PARTE DE LA PSU QUE SE APLICÓ EL AÑO 2007, POR LO QUE TIENEN UN GRAN VALOR A LA HORA DE PREPARARSE PARA RENDIR ESTE EXAMEN A FIN DE AÑO.

Universidad de Chile
VICERRECTORÍA DE ASUNTOS ACADÉMICOS
DEMRE

CONSEJO DE RECTORES
UNIVERSIDADES CHILENAS

19 DE JUNIO DE 2008

DOCUMENTO OFICIAL

SERIE DEMRE - UNIVERSIDAD DE CHILE

Nº9


PROBADOR DE AMPOLLETAS
NO DESPERDICIES TU TALENTO.
Prepara la PSU® con los que hacen la PSU®.
AHORA Y DE MANERA EXCLUSIVA:
PSU
RESOLUCIÓN FACSÍMIL
PRUEBA MATEMÁTICA PARTE I
Jueves 26 de junio: Resolución Facsímil real Prueba: Historia y Ciencias Sociales, Parte I.
Jueves 03 de julio: Resolución Facsímil real Prueba: Ciencias, Módulo Común, Parte I.
Jueves 10 de julio: Resolución Facsímil real Prueba: Lenguaje y Comunicación, Parte II.
Jueves 17 de julio: Resolución Facsímil real Prueba: Matemática, Parte II.
El Mercurio, te enseña a preparar la PSU® y potenciar tu aprendizaje con las publicaciones oficiales desarrolladas por el Consejo de Rectores y la Universidad de Chile. Toda la información para el proceso de admisión 2009, está sólo en El Mercurio.
EL MERCURIO
Acompaña tu educación

RESOLUCIÓN FACSÍMIL DE MATEMÁTICA PARTE I

PRESENTACIÓN

En esta publicación junto con las siguientes tres publicaciones de matemática se comentarán las preguntas que aparecen en el facsímil publicado el 22 de mayo de este año, por este mismo diario. El objetivo de estas publicaciones, es entregar información a profesores y alumnos acerca de los tópicos y habilidades cognitivas que se evalúan en cada uno de los ítemes de ese facsímil.

Cada pregunta se presentará acompañada del porcentaje de respuestas correctas, del porcentaje de omisión y de la forma o formas de responderla, explicitando las capacidades que se ponen en marcha para llegar a la solución y los errores más comunes que cometen los alumnos. También se indicará el curso en el cual se ubica el contenido dentro del Marco Curricular.

El porcentaje de respuestas correctas es un indicador de la dificultad de la pregunta en el grupo evaluado y la omisión se considera como un índice de bajo dominio o desconocimiento de los contenidos involucrados en la pregunta.

Esta publicación se abocará al análisis de las primeras 18 preguntas del facsímil de prueba mencionado anteriormente y que corresponde a contenidos de primer año de Enseñanza Media del Eje Temático de Números y Proporcionalidad, y de primero y segundo año de Enseñanza Media del área temática de Álgebra.

Se espera que los análisis de las preguntas aquí presentados sirvan de retroalimentación al trabajo de profesores y alumnos.

COMENTARIO DE LAS PREGUNTAS REFERIDAS AL EJE TEMÁTICO DE NÚMEROS Y PROPORCIONALIDAD

PREGUNTA 1

$40 - 20 \cdot 2{,}5 + 10 =$

A) 0
B) -20
C) 60
D) 75
E) 250

Comentario:

En esta pregunta, el estudiante debe tener la capacidad de operar con números decimales.

Para resolver este ítem, se deben efectuar las operaciones en el siguiente orden: primero el producto y luego la suma o la resta.

Así, $40 - 20 \cdot 2{,}5 + 10 = 40 - 50 + 10 = -10 + 10 = 0$

Por lo tanto, la respuesta correcta está en la opción A).

Considerando que la resolución de esta pregunta se hace a través de una operatoria rutinaria y que ésta se realiza desde la Enseñanza Básica, los datos estadísticos de esta pregunta sorprenden, ya que resultó de dificultad mediana, pues solamente el 45% de los estudiantes que abordaron el ítem en la prueba oficial la contestaron correctamente.

La omisión de un 13,6%, indica que hay un número no menor de estudiantes que no saben operar con números enteros y decimales, o bien no manejan la prioridad de las operaciones.

El distractor C) tuvo un alto porcentaje de adeptos (20%) y corresponde a aquellos estudiantes que siguen el orden de las operaciones de izquierda a derecha, tal como aparecen en el enunciado, sin respetar las prioridades de las operaciones cuando éstas no están indicadas con paréntesis, es decir,

$$40 - 20 \cdot 2{,}5 + 10 = 20 \cdot 2{,}5 + 10 = 50 + 10 = 60$$

PREGUNTA 2

Si a $\frac{5}{6}$ se le resta $\frac{1}{3}$ resulta

A) $-\frac{1}{2}$
B) $\frac{1}{2}$
C) $\frac{2}{3}$
D) $\frac{4}{3}$
E) $\frac{2}{9}$

Comentario:

En este ítem el estudiante debe comprender la información dada en el enunciado, para luego traducirla como una resta de fracciones, la cual se resuelve sacando el mínimo común múltiplo entre los denominadores y simplificando el resultado obtenido.

$$\frac{5}{6} - \frac{1}{3} = \frac{5-2}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

La opción correcta es la B), la que fue elegida por el 57% de los estudiantes, indicando estadísticamente, que esta pregunta resultó de dificultad mediana para la población que la abordó.

Un alto porcentaje de los estudiantes se inclinaron por la alternativa D), el 28,8%, que corresponde a aquellos alumnos que restan hacia el lado, o sea numeradores entre sí y denominadores entre sí. Este error es muy común y se ha repetido a lo largo del tiempo en los alumnos egresados de la Enseñanza Media.

La omisión de un 9,1% se debiera de interpretar como alta, dado lo sencillo del problema.

PREGUNTA 3

En una fiesta de cumpleaños hay 237 golosinas para repartir entre 31 niños invitados. ¿Cuál es el número **mínimo** de golosinas que se necesita agregar para que cada niño invitado reciba la misma cantidad de golosinas, sin que sobre ninguna?

A) 11
B) 20
C) 21
D) 0
E) 7

Comentario:

Esta pregunta es contextualiza en el ámbito de los números enteros, requiere la capacidad de comprender la información dada en el enunciado, para luego realizar una operación aritmética sencilla.

En efecto, para determinar cuántas golosinas como mínimo se deben agregar al total se requiere dividir 237 por 31, es decir,

237 : 31 = 7, donde queda resto 20.

Por lo tanto, a cada niño le corresponden 7 dulces.

Ahora, como sobran 20 dulces y son 31 niños, se debe agregar 11 golosinas como mínimo para que a cada uno le correspondan 8 golosinas.

Luego, la opción correcta es A).

Esta pregunta la contestó bien el 51,7% de los estudiantes que la abordaron resultando de dificultad mediana y la omisión no fue baja, llegando al 17,2%.

La opción errónea más recurrida por los estudiantes fue B), con un 10,3% y corresponde a aquellos que, sin razonar mayormente toman el resto 20 como las golosinas que se deben agregar.

PREGUNTA 4

El gráfico de la figura 1, representa el volumen de agua que hay en un estanque, en un período de tiempo. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) El volumen máximo de agua se mantiene por 1 segundo.
II) No hay agua en el estanque a los 2 minutos.
III) A los 1,55 minutos hay $35\ m^3$ de agua.

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo II y III
E) I, II y III

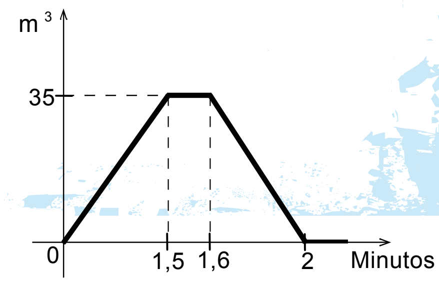

fig. 1

Comentario:

Esta pregunta es del tipo combinada y su contenido corresponde al análisis y descripción de fenómenos y situaciones que ilustren la idea de variabilidad en un gráfico.

El estudiante debe comprender e interpretar la información entregada en el enunciado y en el gráfico, para luego determinar el valor de verdad o falsedad de cada una de las afirmaciones dadas.

Para determinar la veracidad o falsedad de I), debe comprender que efectivamente el volumen máximo de agua se mantiene, pero no es por 1 segundo, es por 0,1 minutos, los que equivale a 6 segundos, este resultado se obtiene al plantear la siguiente proporción:

$$\frac{1 \text{ minuto}}{60 \text{ segundos}} = \frac{0{,}1 \text{ minuto}}{x \text{ segundos}}$$

De esta manera se determina que la afirmación I) es falsa.

La afirmación II) es verdadera, pues del gráfico se desprende que a 2 minutos en la abscisa le corresponden $0\ m^3$ en la ordenada.

Como 1,55 minutos es el punto medio entre 1,5 y 1,6 minutos, y a este valor según el gráfico le corresponde $35\ m^3$ de agua, la afirmación III) es verdadera.

Luego, la opción correcta es D).

Los datos estadísticos nos muestran que el 43% de los estudiantes que abordaron la pregunta la respondieron correctamente, indicando que la dificultad fue mediana y la omisión llegó al 13,9%.

El distractor marcado por un alto porcentaje de los alumnos fue E) con un 31,3% y corresponde a aquellos alumnos que, interpretan bien II) y III), pero en I) cometen el error señalado en el párrafo tercero del comentario a esta pregunta.

PREGUNTA 5

En un mapa (a escala) se tiene que 2 cm en él corresponden a 25 km en la realidad. Si la distancia en el mapa entre dos ciudades es 5,4 cm, entonces la distancia real es

A) 50 km
B) 65 km
C) 67,5 km
D) 62,5 km
E) ninguno de los valores anteriores.

Comentario:

Este es un ítem donde el estudiante debe plantear una proporción directa y resolver la ecuación asociada a ella.

En efecto, como las variables directamente proporcionales son la distancia en el mapa (cm) y la distancia en la realidad (km), se tiene

$$\frac{2\text{ cm}}{25\text{ km}} = \frac{5{,}4\text{ cm}}{x}$$

De donde $x = \dfrac{25\text{ km}\cdot 5{,}4\text{ cm}}{2\text{ cm}} = 67{,}5$ km.

Esta respuesta se encuentra en la opción C), la que fue marcada por el 51,3% de los alumnos que la abordaron, por lo que resultó estadísticamente de mediana dificultad.

Llama la atención el alto porcentaje de omisión, cercano al 18%, pues este tipo de planteamientos, se supone que es de mucha recurrencia en al aula.

El 7% de las personas contestaron el distractor D), lo más probable es que razonaron de la siguiente manera:

Como 2 cm en el mapa equivalen a 25 km en la realidad, por lo tanto 4 cm equivalen a 50 km y 1 cm equivalen a 12,5 km. Suman ambas cantidades dándoles 62,5 km y se olvidan de agregarles la equivalencia de los 0,4 cm.

PREGUNTA 6

Dos variables N y M son inversamente proporcionales entre sí. Para mantener el valor de la constante de proporcionalidad, si M aumenta al doble, entonces N

A) aumenta al doble.
B) disminuye a la mitad.
C) aumenta en dos unidades.
D) disminuye en dos unidades.
E) se mantiene constante.

Comentario:

En este ítem se requiere que el estudiante sepa reconocer cuando dos variables son inversamente proporcionales entre sí.

Debe recordar que dos variables N y M son inversamente proporcionales si su producto es constante, es decir, $N \cdot M = k$, donde k es la constante de proporcionalidad inversa.

Como M aumenta al doble y dicha constante k debe mantenerse, necesariamente N debe disminuir a la mitad.

En efecto, $\left(\frac{1}{2}\cdot N\right)(2M) = N \cdot M = k$.

Por lo que la opción correcta es B), la que fue contestada por el 40% de los estudiantes, resultando la pregunta de mediana dificultad.

El distractor más recurrido con un 16,5% fue A) y corresponde a los alumnos que dicen que si M aumenta en cierta cantidad, también N debe aumentar en esa misma cantidad, para mantener la constante, pero esto ocurre cuando las variables son directamente proporcionales.

En esta pregunta, la omisión resultó alta, alcanzando al 27,8%, esto se debe a un desconocimiento del tema o podría ser que la manera de preguntar este contenido no es habitual para los postulantes.

PREGUNTA 7

El orden de los números: $M = 4{,}51\cdot 10^{-6}$; $N = 45{,}1\cdot 10^{-5}$ y $P = 451\cdot 10^{-7}$, de menor a mayor, es

A) M, N, P
B) P, M, N
C) N, M, P
D) P, N, M
E) M, P, N

Comentario:

El contenido involucrado en la pregunta es el de potencia de base positiva y exponente entero.

En este caso el alumno debe tener la capacidad de establecer una relación de orden entre números que se presentan en esta forma, y que es muy usada en la notación científica.

Para poder ordenar estos números, es conveniente escribirlos como el producto de una potencia de diez y un número mayor o igual a uno, pero menor que diez.

De esta manera:

$$M = 4{,}51\cdot 10^{-6}$$

$$N = 45{,}1\cdot 10^{-5} = 4{,}51\cdot 10^{-4}$$

$$P = 451\cdot 10^{-7} = 4{,}51 \cdot 10^{-5}$$

Como el número decimal es el mismo en los tres casos, se deben comparar los exponentes de las potencias de 10, así se tiene que $10^{-6} < 10^{-5} < 10^{-4}$, y por lo tanto el orden pedido es M < P < N.

Luego, la opción correcta es E).

La estadística de este ítem nos muestra que resultó difícil, pues lo contestó correctamente sólo el 22,9% de los estudiantes y la omisión fue alta, llegando a un 19%.

Los alumnos que se equivocaron al contestar este ítem, se distribuyeron en forma muy pareja entre los distractores, debido a diversos errores que cometen al trabajar con números en notación científica.

Un error muy común, al transformar de número decimal a notación científica, y que no está puesto dentro de las alternativas de la pregunta por ser demasiado fuerte, es el siguiente:

$$M = 4{,}51 \cdot 10^{-6}$$

$$N = 45{,}1 \cdot 10^{-5} = 4{,}51 \cdot 10^{-6}$$

$$P = 451 \cdot 10^{-7} = 4{,}51 \cdot 10^{-9}$$

Como $10^{-9} < 10^{-6} = 10^{-6}$, el orden pedido es P < M = N.

PREGUNTA 8

En la tabla adjunta **z** es directamente proporcional a $\frac{1}{y}$. Según los datos registrados, el valor de $\frac{a}{b}$, es

A) 256
B) 16
C) $\frac{1}{16}$
D) 64
E) $\frac{1}{64}$

z	y
8	2
a	4
1	16
$\frac{1}{4}$	b

Comentario:

El contenido involucrado en esta pregunta es el de relación entre las tablas y la expresión algebraica de la proporcionalidad directa.

El alumno debe recordar que dos variables son directamente proporcionales entre sí, cuando su cuociente es constante.

En este caso, como **z** es directamente proporcional a $\frac{1}{y}$, se tiene que $\mathbf{z} : \frac{1}{y} = k$, con k la constante de proporcionalidad.

Como $z : \frac{1}{y} = z \cdot y = k$, se concluye que la variable **z** es inversamente proporcional a la variable **y**.

De la tabla se desprende que el valor de la constante k es 16, porque el producto de los números correspondientes a **z** y a **y** que aparecen en la segunda y en la cuarta fila, es igual a 16.

Así, a = 4 y b = 64, de donde $\frac{a}{b} = \frac{4}{64} = \frac{1}{16}$.

La alternativa correcta se presenta en la opción C) y la contestó el 24,7% de las personas que abordaron la pregunta, resultando difícil.

Uno de los errores que cometen los alumnos es pensar que **z** es directamente proporcional a **y**, y no a $\frac{1}{y}$. De esta manera utilizando los primeros valores que se dan para **z** e **y** deducen que la constante de proporcionalidad es 4 y que a = 16 y b = $\frac{1}{16}$, luego $\frac{a}{b} = \frac{16}{\frac{1}{16}} = 256$, dicho resultado se encuentra en la alternativa A).

La omisión fue muy alta alcanzando al 60,2%, lo que indica que los estudiantes tienen serios problemas para relacionar dos variables proporcionales con su respectiva constante de proporcionalidad.

PREGUNTA 9

Un par de zapatos más dos pantalones valen $ 70.000 en una tienda. Se ofrece una oferta, al comprar dos o más pares de zapatos del mismo precio se descuenta un 10% en cada par y por tres o más pantalones del mismo precio un 15% en cada pantalón. Juan paga por tres pantalones $ 38.250 y luego, compra dos pares de zapatos. ¿Cuánto pagó Juan por los dos pares de zapatos?

A) $ 45.000
B) $ 50.000
C) $ 57.150
D) $ 72.000
E) $ 81.900

Comentario:

Este es un problema contextualizado, referido al contenido de porcentaje. El alumno debe comprender e interpretar los datos del enunciado para establecer relaciones y poder aplicar una estrategia de resolución.

Así, del enunciado se desprende que antes de la rebaja:

1 par de zapatos + 2 pantalones = $ 70.000 **(1)**

Como por comprar 3 o más pantalones hay un 15% de descuento y Juan compró 3 pantalones pagando en total $ 38.250, significa que cada pantalón ya rebajado le costó $ 12.750.

Ahora, para encontrar el precio de un pantalón sin rebaja, se debe plantear la siguiente proporción:

$$\frac{12.750}{85\%} = \frac{x}{100\%}$$

Por lo tanto, el costo de cada pantalón antes de la rebaja era de

$$x = \frac{12.750 \cdot 100}{85} = \$\ 15.000.$$

Reemplazando este valor en **(1)** se tiene que

1 par de zapatos + 2 · \$ 15.000 = \$ 70.000.

Así, 1 par de zapatos (sin rebaja) es de \$ 40.000.

Como la rebaja por cada par de zapatos es del 10%, o sea \$ 4.000, cada zapato rebajado, le costó

\$ 40.000 – \$ 4.000 = \$ 36.000

Como Juan compró 2 pares de zapados rebajados, él pagó por éstos, en total, \$ 72.000.

La opción correcta es D), la que fue contestada sólo por el 12,3% de los estudiantes, indicando que la pregunta resultó muy difícil.

La omisión en esta pregunta fue muy alta llegando al 70%.

El distractor A) fue el más marcado con un 8,2%, y corresponde a aquellos postulantes que no supieron interpretar el problema y plantearon la siguiente proporción:

$$\frac{38.250}{85\%} = \frac{x}{100\%},$$

de donde el valor de x es \$ 45.000, que corresponde al valor de tres pantalones.

COMENTARIO DE LAS PREGUNTAS REFERIDAS AL ÁREA TEMÁTICA DE ÁLGEBRA

PREGUNTA 10

Claudia tenía en el banco \$ 4p. Retiró la mitad y horas más tarde depositó el triple de lo que tenía al comienzo. ¿Cuánto dinero tiene ahora Claudia en el banco?

A) \$ 8p
B) \$ 10p
C) \$ 12p
D) \$ 16p
E) \$ 14p

Comentario:

El contenido de este ítem corresponde a uno de Primer año de Enseñanza Media y se refiere a la operatoria con expresiones algebraicas no fraccionarias.

Para resolverlo el alumno debe comprender la información dada en el enunciado y posteriormente realizar simples operaciones algebraicas.

Claudia tenía en el banco \$ 4p y retiró la mitad de él (\$ 2p), es decir quedó en un momento con \$ 2p. Si horas más tarde depositó el triple de lo que tenía al comienzo, o sea \$ 12p, queda al final con \$ 14p.

Por lo que la opción correcta es la E), que fue marcada por el 75% de las personas que abordaron la pregunta, lo que demuestra que este ítem es fácil para la población que rindió esta prueba.

La omisión fue muy baja alcanzando sólo el 1,3%. El distractor más marcado como respuesta fue A), y corresponde a aquellos estudiantes que sumaron, a lo que le quedaba después del retiro, es decir, a \$ 2p, el triple de esta cantidad (\$ 6p), llegando a \$ 8p como resultado.

PREGUNTA 11

Un número real **n**, distinto de cero, sumado con su recíproco, y todo al cuadrado, se expresa como

A) $\left(n + \frac{1}{n}\right)^2$

B) $n^2 + \left(\frac{1}{n}\right)^2$

C) $n + \left(\frac{1}{n}\right)^2$

D) $n + (-n)^2$

E) $n^2 + (-n)^2$

Comentario:

Para responder esta pregunta, el estudiante debe ser capaz de traducir del lenguaje común al matemático, comprendiendo a cabalidad los datos entregados en el enunciado, lo cual se enseña en Primer año de la Enseñanza Media.

Además, el alumno debe recordar que el recíproco de un número real **n** distinto de cero es su inverso multiplicativo, es decir, el reciproco de **n** es $\frac{1}{n}$.

Así, la expresión de la suma de **n** con $\frac{1}{n}$ y todo esto elevado al cuadrado, se encuentra representado en la opción A).

El problema lo contestó correctamente el 56,5% de los alumnos, resultando de dificultad mediana.

Llama la atención que casi un tercio (32,1%) de los estudiantes que rindieron la prueba omitieron el ítem, donde la dificultad mayor podría radicar en saber cuál es el recíproco de un número real.

Los distractores D) y E), por los que en conjunto se inclinaron el 7% de los que abordaron el ítem, indica que aquellos alumnos confunden el recíproco de **n**, con su inverso aditivo que es –**n**.

PREGUNTA 12

Si x es un número entero mayor que 1 y el área de un rectángulo se expresa como $(x^2 + 5x - 6)$, ¿cuál de las siguientes opciones puede representar a sus lados?

A) $(x - 1)$ y $(x - 5)$
B) $(x + 2)$ y $(x - 3)$
C) $(x - 1)$ y $(x + 6)$
D) $(x + 1)$ y $(x - 6)$
E) $(x - 2)$ y $(x - 3)$

Comentario:

El ítem apunta al contenido de interpretación geométrica de los productos notables que se encuentra en Primer año de la Enseñanza Media.

El alumno debe recordar que el área de un rectángulo es igual al producto de la base por su altura, conocimiento adquirido en la Enseñanza Básica.

La expresión $x^2 + 5x - 6$ representa el área de un rectángulo y ella se puede factorizar como el producto de dos binomios con un término común, de acuerdo a la siguiente regla:

$$x^2 + bx + c = (x + m)(x + t), \text{ con } m \cdot t = c \text{ y } m + t = b,$$

que al aplicarla resulta

$$x^2 + 5x - 6 = (x - 1)(x + 6),$$

donde cada uno de estos factores puede corresponder a la base o a la altura del rectángulo.

Así, los factores hallados se encuentran en la opción C), que fue marcada por el 43,5% de los alumnos que abordaron el ítem, indicando que éste es de mediana dificultad.

Los alumnos que dijeron que el trinomio tenía como factores $(x + 2)$ y $(x - 3)$, alternativa B), aplicaron mal la regla antes mencionada, ya que si bien es cierto que $2 \cdot -3 = -6$ pero $2 + (-3) \neq 5$.

Considerando que el trinomio dado es de fácil factorización, ya que aparece en todos los textos y guías usados por los alumnos, llama la atención el 36,8% de omisión que obtuvo la pregunta.

PREGUNTA 13

Si el radio r de un círculo aumenta en ε unidades, entonces el área del nuevo círculo se expresa, en unidades cuadradas, como

A) $\pi r^2 + \varepsilon$
B) $\pi r^2 + \varepsilon^2$
C) $\pi(r^2 + \varepsilon^2)$
D) $\pi(r^2 + \varepsilon)$
E) $\pi(r + \varepsilon)^2$

Comentario:

Este contenido es de Primer año de Enseñanza Media y se refiere al análisis de fórmulas de áreas en relación con la incidencia de la variación de los elementos lineales.

El estudiante para enfrentar este ítem debe recordar, de la Enseñanza Básica, que la fórmula del área de un círculo de radio r, es $\pi \cdot r^2$.

Por lo tanto, el área del círculo inicial del problema es $\pi \cdot r^2$.

Como se señala que el radio r aumenta en ε unidades, el radio del nuevo círculo es $(r + \varepsilon)$ unidades, luego el área de este nuevo círculo es $\pi \cdot (r + \varepsilon)^2$ unidades cuadradas, expresión que se encuentra en la opción E).

El error más marcado por los alumnos está en la alternativa A) con un 6,8%, lo más probable es que pensaron que como el área inicial del círculo es $\pi \cdot r^2$ y el radio aumentó en ε unidades, entonces dicho valor se lo suman al área y no al radio, resultando $\pi r^2 + \varepsilon$.

El 37,2% de los estudiantes contestó correctamente el ítem y la omisión resultó bastante alta (43,7%) para lo sencillo del problema.

PREGUNTA 14

Juan en 10 años más tendrá el doble de la edad que tenía hace 5 años. ¿Qué edad tendrá Juan en un año más?

A) 21 años
B) 20 años
C) 16 años
D) 15 años
E) 11 años

Comentario:

Este contenido es de Primer año de Enseñanza Media y se refiere a planteo y resolución de problemas que involucran ecuaciones de primer grado con una incógnita.

El alumno para responder el ítem debe ser capaz de traducir el enunciado a una ecuación de primer grado y solucionar dicha ecuación. Además, debe darse cuenta que no le están pidiendo la edad actual de Juan sino que por la edad que tendrá en un año más.

Si consideramos que la edad actual de Juan es x años, entonces en 10 años más tendrá $(x + 10)$ años y que hace 5 años tenía $(x - 5)$ años.

Así, la ecuación que permite resolver la situación planteada es:

$x + 10 = 2(x - 5)$, de donde

$x + 10 = 2x - 10$

Luego, despejando x se obtiene que la edad actual de Juan es de 20 años. Por lo que en un año más, tendrá 21 años.

La opción correcta es A), a la que llegó el 34,5% de los estudiantes que abordaron el ítem.

La omisión del 26% se debe considerar alta, ya que este planteamiento de problemas es bastante común en el trabajo de aula.

El distractor C) con un 16,9% fue el más marcado y corresponde a aquellos alumnos que, habiendo planteado bien la ecuación que resuelve el problema, distribuyeron mal el factor 2 al resolverla.

En efecto, $x + 10 = 2(x - 5)$
$x + 10 = 2x - 5$,

y así llegan a que $x = 15$ años, luego Juan tendrá en un año más 16 años.

La opción E), que fue el segundo distractor más marcado, con un 11%, se obtiene de plantear la ecuación

$10 = 2(x - 5)$

de donde $x = 10$. Por lo que llegan a que Juan tendrá 11 años en un año más.

PREGUNTA 15

Dada la expresión $x^2y^2 + x^2y + xy + x$, ¿cuál(es) de las siguientes expresiones es (son) factor(es) de ella?

I) $xy + 1$
II) $x + 1$
III) $y + 1$

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo I y III
E) Sólo II y III

Comentario:

El contenido de la pregunta está referido a la factorización de una expresión algebraica, el cual se ve en Primer año de la Enseñanza Media.

En este polinomio el estudiante tiene que realizar una factorización por agrupación de términos.

Es decir, al polinomio lo agrupamos en dos binomios donde uno de ellos se puede factorizar por **xy** y el otro por **x**.

En efecto, $(x^2y^2 + xy) + (x^2y + x) = xy(xy + 1) + x(xy + 1)$

Luego, como al lado derecho de la igualdad se repite el binomio $(xy + 1)$, se puede factorizar por dicho binomio

$$xy(xy + 1) + x(xy + 1) = (xy + 1)(xy + x)$$

Además, como $(xy + x)$ se puede factorizar por x, se tiene finalmente que

$$x^2y^2 + x^2y + xy + x = (xy + 1)(y + 1)x.$$

De esta manera los factores del polinomio dado son:

x, $(xy + 1)$ e $(y + 1)$

Así, la opción correcta es D).

Esta pregunta resultó muy difícil, pues la contestó bien solamente el 10,6% de los estudiantes que la abordaron y la omisión fue alta, llegando al 62,6%. Esta alta omisión indica que una gran parte de nuestros alumnos no conocen o no están familiarizados con este tipo de factorización.

El distractor A) fue marcado por el 10,5% de los estudiantes, ellos consideraron que sólo $(xy + 1)$ era factor de la expresión dada en el enunciado. Esto, quizás se debió a que sólo llegaron a la primera factorización $(xy + 1)(xy + x)$ y no se dieron cuenta que $(xy + x)$ se podía factorizar por x.

PREGUNTA 16

$(2a)^3 \cdot (3a)^2 =$

A) $72a^2$
B) $72a^5$
C) $6a^5$
D) $36a^6$
E) $36a^5$

Comentario:

Esta pregunta es de Segundo año de Enseñanza Media y pertenece al contenido de potencias con exponente entero. En particular, a la multiplicación de potencias de igual base.

Para responderla el alumno debe recordar que para calcular la potencia de un producto, se eleva cada uno de los factores al mismo exponente, es decir,

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n.$$

Si aplicamos esta propiedad en la pregunta, se tiene que:

$$(2a)^3 = 2^3\, a^3 = 8a^3 \quad \text{y} \quad (3a)^2 = 3^2a^2 = 9a^2$$

Luego, al aplicar la propiedad de multiplicación de potencias de igual base se tiene

$$8a^3 \cdot 9a^2 = 72a^5$$

Así la opción correcta es B), contestada por el 49,9% de los alumnos, lo que muestra que la pregunta resultó de dificultad mediana.

El distractor más llamativo fue C), con un 23,7% de adhesión y corresponde a aquellos estudiantes que aplicaron mal la propiedad de la potencia de un producto, o sea elevaron solamente los factores literales y luego procedieron a multiplicar los factores numéricos entre sí:

$$(2a)^3 \cdot (3a)^2 = 2a^3 \cdot 3a^2 = 6a^5.$$

Considerando que este contenido se evalúa en una forma muy sencilla y que es bastante trabajado en el aula, el 11,6% de omisión que ella presentó, se debe interpretar como bastante alta.

PREGUNTA 17

$\frac{1}{x} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x} =$

A) 3
B) $\frac{1}{x^3}$
C) $\frac{3}{x}$
D) $\frac{1}{3x}$
E) $\frac{3}{x^3}$

Comentario:

Este ítem corresponde a un contenido de Segundo año de Enseñanza Media y se refiere a la operatoria con expresiones fraccionarias simples.

El estudiante debe recordar que para sumar fracciones de igual denominador, éste se conserva y se procede a sumar los elementos del numerador.

En este caso: $\frac{1}{x} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x} = \frac{3}{x}$

La alternativa correcta es C) y la contestó correctamente el 61,8% de los estudiantes, indicando que su dificultad fue relativamente fácil.

El distractor E) fue el más elegido por los alumnos con un 11,9% y corresponde a quienes no saben cómo operar cuando en el denominador se tiene la misma expresión en cada una de las fracciones y en vez de conservar dicha expresión, la multiplican entre sí y luego suman las cantidades del numerador.

Sorprende el 13% de omisión, considerando que la operación pedida en el ítem es demasiado rutinaria y directa.

PREGUNTA 18

Para completar la tabla adjunta se debe seguir la siguiente regla: el último número de cada fila es la suma de los tres números anteriores y el último número de cada columna es la suma de los tres números anteriores. ¿Cuál es el valor de **x**?

A) 5
B) 7
C) 8
D) 9
E) 16

	x	4	20
	4	9	
8			13
24		16	55

Comentario:

El contenido de la pregunta es la resolución de desafíos y problemas no rutinarios que involucren sustitución de variables por dígitos y/o números, que se encuentra en Segundo año Medio. Requiere de parte del alumno, la capacidad de comprender las instrucciones dadas en el enunciado que le permiten completar la tabla.

Para determinar el valor de **x**, el alumno debe completar en las columnas y en las filas los valores faltantes necesarios, siguiendo la regla dada en el enunciado.

De esta manera, para que los valores de la última columna sumen 55 el valor faltante debe ser **22**, éste valor es la suma de los tres números anteriores de la segunda fila, de esta forma el valor faltante es el **9** y en la primera columna el valor que falta es el **7** para que la columna sume 24.

Es decir:

7	**x**	4	20
9	4	9	**22**
8			13
24		16	55

Es así como, en la primera fila, para lograr la suma de 20, indicada al final de ella, el valor de **x** debe ser igual a **9**, luego la alternativa correcta es D), la cual fue señalada por el 69,6% de los estudiantes, lo que indica que el ítem resultó fácil.

La omisión del 18% implica que un número importante de estudiantes no comprendió lo que pedía el problema. El distractor C) indica que los alumnos probablemente razonaron de la siguiente manera: como en la primera fila la suma de los tres números debe ser 20 y ya tengo 4, los dos restantes deben ser iguales, o sea valen 8. El 4,4% de los postulantes que rindieron la prueba oficial se inclinaron por este distractor.

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE

ADMISIÓN 2009

usach

CÓDIGO	CARRERA / FACULTAD	*P.U.M. 2008
	FACULTAD DE INGENIERÍA	
1601	INGENIERÍA CIVIL EN ELECTRICIDAD	641,65
1602	INGENIERÍA CIVIL EN GEOGRAFÍA	623,48
1603	INGENIERÍA CIVIL EN INDUSTRIA	678.45
1604	INGENIERÍA CIVIL EN INFORMÁTICA	658.05
1605	INGENIERÍA CIVIL EN MECÁNICA	640.05
1606	INGENIERÍA CIVIL EN METALURGIA	627,80
1607	INGENIERÍA CIVIL EN MINAS	662,00
1608	INGENIERÍA CIVIL EN OBRAS CIVILES	637,10
1609	INGENIERÍA CIVIL EN QUÍMICA	656.35
1611	INGENIERÍA DE EJECUCIÓN EN ELECTRICIDAD	615.45
1612	INGENIERÍA DE EJECUCIÓN EN GEOMENSURA	611,65
1613	INGENIERÍA DE EJECUCIÓN EN INDUSTRIA	629,35
1614	INGENIERÍA DE EJECUCIÓN EN COMPUTACIÓN E INFORMÁTICA	640,35
1615	INGENIERÍA DE EJECUCIÓN EN MECÁNICA	614.70
1616	INGENIERÍA DE EJECUCIÓN EN METALURGIA	613.35
1617	INGENIERÍA DE EJECUCIÓN EN MINAS	624.10
1618	INGENIERÍA DE EJECUCIÓN EN QUÍMICA	624,90
1621	INGENIERÍA DE EJECUCIÓN EN CLIMATIZACIÓN	601,25
	(Calefacción, Refrigeración y Aire Acondicionado)	
1610	INGENIERÍA EN BIOTECNOLOGÍA	602.90
1622	INGENIERÍA AMBIENTAL	623.60
	PROGRAMA DE BACHILLERATO	
1630	BACHILLERATO EN CIENCIAS Y HUMANIDADES	630,00
	FACULTAD DE ADMINISTRACIÓN Y ECONOMÍA	
1634	ADMINISTRACIÓN PÚBLICA	620.20
1635	INGENIERÍA COMERCIAL	644.80
1636	CONTADOR PÚBLICO Y AUDITOR	629,05
1630	CONTADOR PÚBLICO Y AUDITOR (VESP.)	619,65
	FACULTAD DE QUÍMICA Y BIOLOGÍA	
1641	BIOQUÍMICA Y LICENCIATURA EN BIOQUÍMICA	656.35
1644	QUÍMICA Y LICENCIATURA EN QUÍMICA	622.75
1613	PEDAGOGÍA EN QUÍMICA Y BIOLOGÍA	623,15
1679	TÉCNICO UNIVERSITARIO EN ANÁLISIS QUÍMICO Y FÍSICO	571,40
	FACULTAD DE CIENCIAS MÉDICAS	
1691	MEDICINA	745.70
1692	ENFERMERÍA	653.30
1693	OBSTETRICIA Y PUERICULTURA	617,40
1694	LICENCIATURA EN CIENCIAS DE LA ACTIVIDAD FÍSICA	609,70

CÓDIGO	CARRERA / FACULTAD	*P.U.M. 2008
	FACULTAD DE CIENCIA	
1642	INGENIERÍA FÍSICA	623.40
1647	INGENIERÍA MATEMÁTICA	631.75
1648	INGENIERÍA ESTADÍSTICA	611.20
1645	LICENCIATURA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y COMPUTACIÓN	615,55
1646	LICENCIATURA EN CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN	590,60
1649	LICENCIATURA EN EDUCACIÓN EN FÍSICA Y MATEMÁTICA	624,35
	FACULTAD DE HUMANIDADES	
1650	LICENCIATURA EN EDUCACIÓN EN CASTELLANO	627,35
1651	LICENCIATURA EN EDUCACIÓN EN HISTORIA Y CIENCIAS SOCIALES	665,80
1652	LICENCIATURA EN EDUCACIÓN EN INGLÉS	626,90
1653	LICENCIATURA EN EDUCACIÓN EN FILOSOFÍA	608,35
1654	LICENCIATURA EN LINGÜÍSTICA APLICADA A LA TRADUCCIÓN	660.15
	CON MENCIÓN EN INGLÉS-JAPONÉS O INGLÉS-PORTUGUÉS	
1656	EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA	600,15
1657	LICENCIATURA EN ESTUDIOS INTERNACIONALES	641,60
	ESCUELA DE PERIODISMO	
1666	PERIODISMO	628.65
	ESCUELA DE PSICOLOGÍA	
1660	PSICOLOGÍA	647,30
	ESCUELA DE ARQUITECTURA	
1670	ARQUITECTURA	631.90
	FACULTAD TECNOLÓGICA	
1666	PUBLICIDAD	621,70
1667	INGENIERÍA DE ALIMENTOS	613,70
1668	INGENIERÍA EN AGRONEGOCIOS	608.15
1680	TECNÓLOGO EN ADMINISTRACIÓN DE PERSONAL	578.00
1681	TECNÓLOGO EN ALIMENTOS	563.10
1682	TECNÓLOGO EN CONSTRUCCIONES	579,30
1683	TECNÓLOGO EN CONTROL INDUSTRIAL	556,00
1684	TECNÓLOGO EN DISEÑO INDUSTRIAL	572,90
1685	TECNÓLOGO EN AUTOMATIZACIÓN INDUSTRIAL	562.10
1686	TECNÓLOGO EN MANTENIMIENTO INDUSTRIAL	552.00
1688	TECNÓLOGO EN TELECOMUNICACIONES	562.40
1687	TECNÓLOGO EN ADMINISTRACIÓN DE PERSONAL (VESP.)	552,10
1689	TECNÓLOGO EN CONSTRUCCIONES (VESP.)	558,70
1690	TECNÓLOGO EN ALIMENTOS (VESP.)	562.30

la universidad de siempre

Avda. Libertador Bernardo O'Higgins n.° 3363 – Mesa Central: (56-2) 718 00 00 – www.usach.cl